

## Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para *Pinus patula* Schl. et Cham. en Veracruz, México

### Local and generalized height-diameter equations for *Pinus patula* Schl. et Cham. in Veracruz, Mexico

Jonathan Hernández-Ramos<sup>1</sup>   
Alejandro Avilés-Castillo<sup>2</sup>   
J. Jesús García-Magaña<sup>3</sup>   
Adrián Hernández-Ramos<sup>4\*</sup>   
Xavier García-Cuevas<sup>2</sup>   
Celestino Flores-López<sup>5</sup> 

<sup>1</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). Campo Experimental Chetumal, Km 25 carretera Chetumal-Bacalar, CP. 77000. Xulha, Quintana Roo, México.

<sup>2</sup>Estudios y servicios profesionales forestales y agropecuarios "Los Pinos" A.C. (ESPFA). Calle Belisario Domínguez 17, Col. Centro, CP. 91274, Perote, Veracruz, México.

<sup>3</sup>Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Facultad de Agrobiología. Avenida Revolución esquina con Berlín s/n, Colonia Viveros, CP. 60170, Uruapan, Michoacán, México.

<sup>4</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). Campo Experimental Saltillo. Saltillo, Carretera Saltillo - Zacatecas km. 342+119, #9515 Hacienda de Buenavista. CP. 25315, Saltillo, Coahuila, México.

<sup>5</sup>Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Calzada Antonio Narro No. 1923, Buenavista, CP. 25315, Saltillo, Coahuila, México.

\* Autor de correspondencia:  
hernandez.jonathan@inifap.gob.mx

#### Artículo científico

Recibido: 21 de octubre 2019

Aceptado: 12 de diciembre 2020

**Como citar:** Hernández-Ramos J, Avilés-Castillo A, García-Magaña JJ, Hernández-Ramos A, García-Cuevas X, Flores-López C (2020) Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para *Pinus patula* Schl. et Cham. en Veracruz, México. Ecosistemas y Recursos Agropecuarios 7(3): e2457. DOI: 10.19136/era.a7n3.2457

**RESUMEN.** En el manejo de los bosques, la estimación confiable y precisa de la altura de los árboles es imprescindible. Por lo anterior, el objetivo fue ajustar ecuaciones locales y generalizadas de altura total-diámetro normal para *Pinus patula* Schl. et Cham. en el ejido Monte Grande, municipio de Ixhuacán de los Reyes, Veracruz, México. Con información de 1 825 pares de datos de altura total-diámetro normal provenientes de 150 sitios de muestreo con dimensión de 500 m<sup>2</sup> del inventario forestal, se ajustaron nueve ecuaciones de altura total-diámetro normal de tipo local y tres generalizadas. La selección de la ecuación, se realizó al verificar el mayor coeficiente de determinación ajustado, la menor raíz del cuadrado medio del error y la significancia de los parámetros, además de constatar el cumplimiento de los supuestos de regresión de normalidad, homocedasticidad y auto-correlación. Las ecuaciones locales explican el 62.2% de la variabilidad muestral, mientras que, las ecuaciones generalizadas describen el 74.3% al agregar la altura media del sitio, sin violación de los supuestos de regresión. El sesgo promedio por estimación fue de 0.046 y 0.285 m para la expresión local y generalizada, respectivamente. El análisis gráfico de las estimaciones en todos los casos mostró tendencias adecuadas a la variabilidad de la muestra, por lo cual, podrán ser empleadas de forma confiable para predecir con precisión la altura total en función del diámetro normal en rodales de *P. patula*, ya sea en los inventarios forestales o la estimación del volumen en los programas de manejo.

**Palabras clave:** Alometría, inventarios forestales, predicción altura-diámetro, manejo forestal.

**ABSTRACT.** In forest management, reliable and accurate estimation of tree height is essential. Therefore, the objective was to adjust local and generalized equations of total height-normal diameter for *Pinus patula* Schl. et Cham. in the ejido Monte Grande, municipality of Ixhuacán de los Reyes, Veracruz, Mexico. With information of 1 825 pairs of full height-normal diameter data from 150 sampling sites with a dimension of 500 m<sup>2</sup> from the forest inventory, nine local-type and three generalized height-normal diameter equations were adjusted. The selection of the best equation was made by verifying the highest adjusted coefficient of determination, the lowest root of the mean square of the error and the significance of the parameters, in addition to verifying compliance with the normality, homoscedasticity and self-regression assumptions. correlation. The local equations explain 62.2% of the sample variability, while the generalized equations describe 74.3% by adding the variables of average site height, where there is no violation of the regression assumptions. The average bias per estimate is 0.046 and 0.285 m for local and generalized expression, respectively. The graphic analysis of the estimates in all cases showed adequate trends to the variability of the sample, therefore, they can be used reliably to accurately predict the height as a function of the normal diameter in *P. patula* stands, either in forest inventories or volume estimation in forest management programs.

**Key words:** Allometry, forest inventories, height-diameter relationship, forest management.

## INTRODUCCIÓN

La producción forestal maderable en el estado de Veracruz de 2015 a 2016 incrementó un 69%, al pasar de extraer 308 692 m<sup>3</sup> rollo total árbol (m<sup>3</sup>rta) a 522 506 m<sup>3</sup>rta, en donde las coníferas fueron las de mayor aporte con el 50.04% (SEMARNAT 2016). El género *Pinus* contribuye a dicho volumen con 259 695 m<sup>3</sup>rta, en donde las especies más importantes para el aprovechamiento forestal son *Pinus patula* Schl. et Cham., *P. pseudostrobus* Lindl., *P. oaxacana* Mirov., *P. montezumae* Lamb., *P. ayacahuite* Ehren., *P. teocote* Schiede ex Schldl. y *P. chiapensis* (Martínez) Andresen (Becerra-Zavaleta 2015). Por lo cual, para la elaboración de programas de manejo forestal (PMF), es fundamental generar metodologías que contribuyan a disminuir los tiempos en los inventarios forestales y determinan de forma confiable y precisa el volumen maderable para la toma de decisiones en el manejo de los bosques (Gadow et al. 2004).

La medición del diámetro normal y la altura total son variables imprescindibles en un inventario forestal con fines maderables (Ercanli 2015). Estas variables se emplean para realizar estimaciones de volumen fustal (Ramos-Uvilla et al. 2014), volumen total (Moret et al. 2007), describir el ahusamiento de los árboles al emplear el diámetro normal y diferentes alturas sobre el fuste (Corral-Rivas y Návar-Cháidez 2009) o cuantificar la distribución de productos mediante un diámetro mínimo comercial (Riaño y Lizarazo 2016, Tamarit et al. 2013), de igual manera estimar la biomasa aérea (Soriano-Luna et al. 2015) y calcular los factores de expansión de biomasa (Hernández-Ramos et al. 2017). Con estas variables, se pueden hacer predicciones de crecimiento y rendimiento al obtener el volumen maderable (Santiago-García et al. 2015, Fierros-Mateo et al. 2017), y clasificar las áreas de acuerdo a su productividad al combinar la altura dominante de los rodales con la edad (Hernández-Ramos et al. 2015a) del bosque natural o plantación forestal comercial (Costa et al. 2016).

Para obtener información de campo en un inventario forestal, medir la altura de todos los ár-

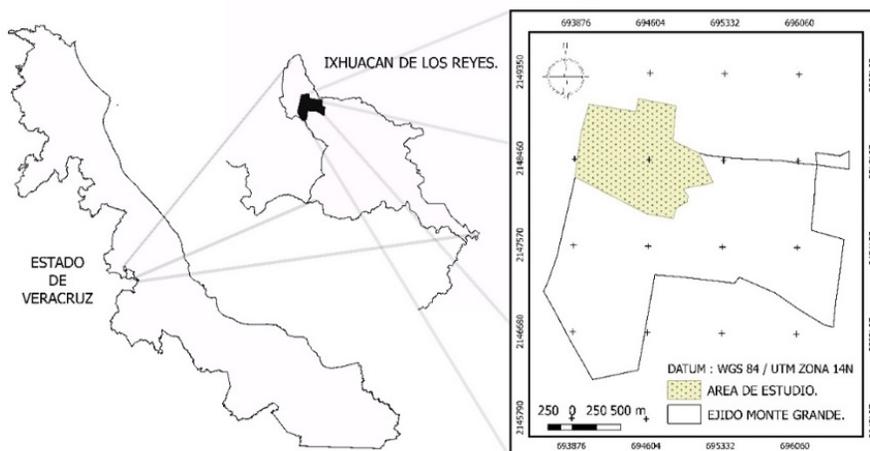
boles es lo que mayor tiempo, dificultad y costo requiere (Prodan et al. 1997), por lo que, dentro de un muestreo se recomienda que el registro de esta variable se realice mediante una sub-muestra al considerar la altura media del rodal (*hm*) o por estratos verticales (Barrio et al. 2004). Mientras que, el diámetro normal es la variable más registrada en estudios forestales, debido a su fácil medición (Van Laar y Akça 1997). Para contar con información confiable al realizar los inventarios forestales, una opción viable es estimar la altura de los árboles con el empleo de ecuaciones que predigan con alto grado de precisión la relación alométrica que tiene la altura total con el diámetro normal (Delgado et al. 2005).

La relación entre altura total-diámetro normal puede ser modelada con ecuaciones locales, cuyo rango de aplicación se reduce a nivel de individuos o de rodales forestales específicos (Hernández-Ramos et al. 2018) o mediante ecuaciones generalizadas que tienen un mayor rango de aplicabilidad, como un bosque o rodal forestal donde se incluyen áreas con variadas condiciones de crecimiento (Milena et al. 2013, Hernández-Ramos et al. 2015b). Por lo que, debido a la importancia económica de la especie en el aprovechamiento forestal de la región y la falta de técnicas confiables para estimar la altura total de forma precisa con datos de un inventario forestal, se planteó el objetivo de ajustar ecuaciones locales y generalizadas de altura total-diámetro normal para *P. patula* en el ejido Monte Grande, municipio de Ixhuacán de los Reyes, Veracruz, México.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en los bosques del ejido Monte Grande, municipio de Ixhuacán de los Reyes, en el estado de Veracruz (Figura 1), el cual cuenta con una superficie de 853 ha, de las cuales 388.2 ha están bajo aprovechamiento forestal regulado. Los macizos forestales se ubican entre los 1 750 y 1 850 msnm, con clima tipo templado [C(w1)(w)], suelos predominantes de tipo Andosol y vegetación característica de bosque de coníferas (INEGI 2017).

La base de datos se compone de 150 sitios de muestreo de forma circular con superficie de 500 m<sup>2</sup>



**Figura 1.** Ubicación del área de estudio en el ejido Monte Grande, municipio de Ixhuacán de los Reyes, Veracruz.

del inventario forestal maderable con fines de gestión del predio. Los sitios fueron distribuidos en forma sistemática a 100 m entre líneas y sitios dentro de rodales de *P. patula*, intervenidos con dos ciclos de corta con el Método de Desarrollo Silvícola (MDS). En cada unidad de muestreo se tomaron datos de número de sitio, especie, exposición, diámetro normal y altura total de todos los árboles, para luego calcular el diámetro cuadrático, altura media del sitio, altura dominante promedio de la unidad muestral ( $h_0$ ), número de árboles por sitio (N) y área basal por sitio (G).

De la base total de datos de 2 155 observaciones altura total-diámetro normal, se eliminaron las observaciones atípicas distribuidas fuera de la tendencia normal esperada, arboles descopados o dañados por rayos, por lo que se obtuvo una muestra final de 1 825 pares de datos; donde el rango de valores en las categorías diamétricas varió de 10 a 65 cm en diámetro normal, mientras que, en altura total varió de 7 a 31 m. De la literatura se seleccionaron nueve ecuaciones altura total-diámetro normal locales y tres ecuaciones generalizadas (Tabla 1).

El ajuste de las ecuaciones y la estimación de los parámetros se realizó con el procedimiento Model del programa estadístico SAS 9.3<sup>®</sup> y la técnica de máxima verosimilitud (SAS 2016), se utilizaron valores iniciales de los parámetros semejantes a los reportados en trabajos similares para encontrar una

rápida convergencia (Milena *et al.* 2013, Ercanli 2015, Hernández-Ramos *et al.* 2015b). La selección de las ecuaciones se realizó con base a los mayores valores del coeficiente de determinación ajustado ( $R_{aj}^2$ ) y el menor valor de la raíz del cuadrado medio del error (RCME), además de la significancia de los parámetros (Milena *et al.* 2013) y el valor máximo del logaritmo de la verosimilitud (logLik) como lo propone Gómez-Aparicio *et al.* (2014) para la comparación de ecuaciones.

Se verificaron los supuestos de normalidad de los datos con la prueba de Shapiro-Wilk (SW) (SAS 2016) y la homocedasticidad de los residuos mediante análisis gráfico, mientras que, en las ecuaciones generalizadas se incluyó la prueba de Durbin-Watson (DW) para verificar la autocorrelación de los errores, donde el valor del test tiene que ser superior a 1.5 para que pueda ser aceptable (Hernández-Ramos *et al.* 2015b, SAS 2016). La capacidad predictiva de las ecuaciones se evaluó a través del sesgo promedio ( $\bar{E}$ ) y el sesgo en porcentaje (E%) (Trincado y Leal 2006), como se indica a continuación:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (h_{obs} - h_{est})}{N} \text{ y } E\% = \frac{E * 100}{\bar{h}_{obs}}$$

Dónde:  $h_{obs}$  = altura observada,  $h_{est}$  = altura estimada,  $\bar{h}_{obs}$  = promedio de alturas observadas y N = número de observaciones.

**Tabla 1.** Ecuaciones altura total-diámetro normal locales y generalizados ajustados para *P. patula*.

Referencia	Ecuación	Identificador
Piji 2014, Zhang et al. 2014	$h = k + a_1(1 - e^{(-a_2d)^{a_3}})$	1
	$h = k + a_1(1 - e^{(-a_2d^{a_3})})$	2
	$h = k + a_1(1 - e^{(-a_2d)^3})$	3
Hadaer 2014, Piji 2014, Zhang et al. 2014	$h = k + a_1(1 - e^{\frac{-a_2}{d+a_3}})$	4
	$h = k + a_1d^{a_2}$	5
Hadaer 2014, Zhang et al. 2014	$h = e^{a_1 + a_2 \frac{1}{d}}$	6
Arias 2004, Juárez et al. 2006 y 2007	$h = k + \frac{1}{(a_1 + a_2 \frac{1}{d})}$	7
Huang et al. 1992, Hernández-Ramos et al. 2018	$h = k + \frac{a_1}{(1 + \frac{1}{a_2} d^{-a_3})}$	8
Arias 2004, Juárez et al. 2006 y 2007	$h = k + \frac{d^2}{(a_1 + a_2d)^{2.5}}$	9
Gadow y Hui 1999, García-Cuevas et al. 2013, Hernández-Ramos et al. 2015b	$h = k + (h_m - k)e^{a(1 - \frac{d}{dq})} + b(\frac{d}{dq} - \frac{1}{d})$	10
Corral-Rivas et al. 2014	$h = k + a_1 + h_m a_2 (1 - e^{a_3d})^{a_4} (\frac{N}{dq})^3$	11
García-Cuevas et al. 2013, Hernández-Ramos et al. 2015b	$h = k + a_1 h_m a_2 e^{a_3/d}$	12

Donde: d: diámetro normal. h: altura total. dq: diámetro cuadrático promedio.  $h_m$ : altura media del sitio. N: número de árboles por sitio. k: constante de altura del d a 1.3 m.  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ : Parámetros a estimar. e: exponencial.

## RESULTADOS

En el ajuste de las ecuaciones, todos los parámetros fueron significativos a 95% de confiabilidad ( $p < 0.05$ ), con excepción del parámetro  $a_3$  de la ecuación 4. Los valores de la RCME fueron bajos sin pasar de 2.4 m en el error, y los valores de  $R_{aj}^2$  indican que las ecuaciones locales basadas en el diámetro normal (1 al 9) explican entre el 59.0 y 62.2% de la variabilidad de la muestra, mientras que las ecuaciones generalizadas al emplear de forma conjunta el diámetro normal y algunas variables inherentes a la población o sitio explican entre el 70.5 y 74.3%. De acuerdo con el RCME y  $R_{aj}^2$ , son mejores las ecuaciones 1 de tipo local y 12 de tipo generalizada (Tabla 2).

Al verificar los supuestos de regresión, se observó que la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk (SW) tuvo valores cercanos a la unidad (más del 0.97), además de valores de significancia inferiores a 0.05 ( $p < 0.0001$ ), mientras que la prueba de Durbin-Watson mostró que las ecuaciones que utilizan la altura media del sitio como variable independiente no violan el supuesto de autocorrelación de los errores. El valor negativo de logLik señala que las ecuaciones 1 y 12 de tipo local y generalizada, respectivamente, maximizan de mejor forma la verosimilitud para cada tipo de ecuaciones (Tabla 3).

El comportamiento gráfico de los residuales de

las dos ecuaciones propuestas como los mejores (1 y 12), no presentan problemas de heterocedasticidad por lo que se asume una varianza constante (Figura 2). En la precisión de las estimaciones hechas con las ecuaciones, se tiene que las nueve expresiones locales de altura total-diámetro normal subestiman la altura de los árboles al emplearlos de forma individual entre 3 y 8 cm (Tabla 4). Mientras que, las ecuaciones generalizadas al emplear la altura media del sitio y diámetro cuadrático promedio (10 y 12) subestiman en menos de 4 cm la altura total, en tanto que al incluir la densidad en la ecuación (11) el sesgo es de 1.6 m.

El análisis gráfico de los valores estimados y predichos muestra la tendencia de las estimaciones con respecto a los datos observados. Lo que ratifica que la ecuación 1 de tipo local es la que más se apega a la distribución de la muestra, sin problemas de subestimación en los diámetros menores a 20 cm o sobreestimación en diámetros mayores a 40 cm, por lo cual, se propone como la mejor, ya que tiene un ajuste adecuado, sin violar los supuestos de la regresión y sin desviaciones considerables (Figura 3).

En el caso de las ecuaciones generalizadas, al emplear la altura media del sitio se subestima la altura total, donde la acumulación de sesgos de forma porcentual muestra que la expresión 11 subestima más del 7% la altura total, mientras que, las ecuaciones

**Tabla 2.** Ajuste estadístico y valores de los parámetros estimados de las ecuaciones locales y generalizadas de altura total-diámetro normal para *P. patula*.

Ecuación	Tipo	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor t	Pr >  t	RCME	R <sup>2</sup> aj
1	Local	a <sub>1</sub>	26.73683	0.4105	65.14	<0.0001	2.3116	0.622
		a <sub>2</sub>	-0.06587	0.00498	-13.23	< 0.0001		
		a <sub>3</sub>	1.397807	0.1205	11.6	< 0.0001		
2	Local	a <sub>1</sub>	26.41885	0.4405	59.97	< 0.0001	2.3119	0.622
		a <sub>2</sub>	-0.02924	0.00385	-7.58	< 0.0001		
		a <sub>3</sub>	1.198754	0.0512	23.42	< 0.0001		
3	Local	a <sub>1</sub>	24.75349	0.1248	198.32	< 0.0001	2.361	0.606
		a <sub>2</sub>	-0.10852	0.00114	-95.22	< 0.0001		
4	Local	a <sub>1</sub>	33.38584	0.7129	46.83	< 0.0001	2.3147	0.621
		a <sub>2</sub>	-13.1369	1.0543	-12.46	< 0.0001		
		a <sub>3</sub>	0.241128	0.9396	0.26	0.7975		
5	Local	a <sub>1</sub>	4.369021	0.1288	33.92	< 0.0001	2.4081	0.590
		a <sub>2</sub>	0.464894	0.00859	54.13	< 0.0001		
6	Local	a <sub>1</sub>	3.534465	0.00856	412.77	< 0.0001	2.3147	0.621
		a <sub>2</sub>	-12.0492	0.2396	-50.3	< 0.0001		
7	Local	a <sub>1</sub>	0.306291	0.00113	271.26	< 0.0001	2.3169	0.621
		a <sub>2</sub>	1.588631	0.0326	48.67	< 0.0001		
8	Local	a <sub>1</sub>	29.61448	0.7949	37.26	< 0.0001	2.3118	0.622
		a <sub>2</sub>	0.01122	0.00262	4.28	< 0.0001		
		a <sub>3</sub>	1.615398	0.0977	16.53	< 0.0001		
9	Local	a <sub>1</sub>	1.667004	0.0173	96.18	< 0.0001	2.3121	0.622
a <sub>2</sub>		-0.38539	0.00808	-47.71	< 0.0001			
10	Local	a <sub>1</sub>	0.006438	0.00239	2.69	0.0072	2.0432	0.705
		a <sub>2</sub>	0.006438	0.00239	2.69	0.0072		
11	Generalizada	a <sub>1</sub>	5.893496	0.348	16.93	< 0.0001	1.9443	0.733
		a <sub>2</sub>	0.968917	0.00456	212.64	< 0.0001		
		a <sub>3</sub>	0.046964	0.00209	22.52	< 0.0001		
		a <sub>4</sub>	0.937882	0.0266	35.23	< 0.0001		
12	Generalizada	a <sub>1</sub>	5.152158	0.3007	17.13	< 0.0001	1.909	0.743
		a <sub>2</sub>	0.564377	0.018	31.3	< 0.0001		
		a <sub>3</sub>	-9.74966	0.1943	-50.19	< 0.0001		

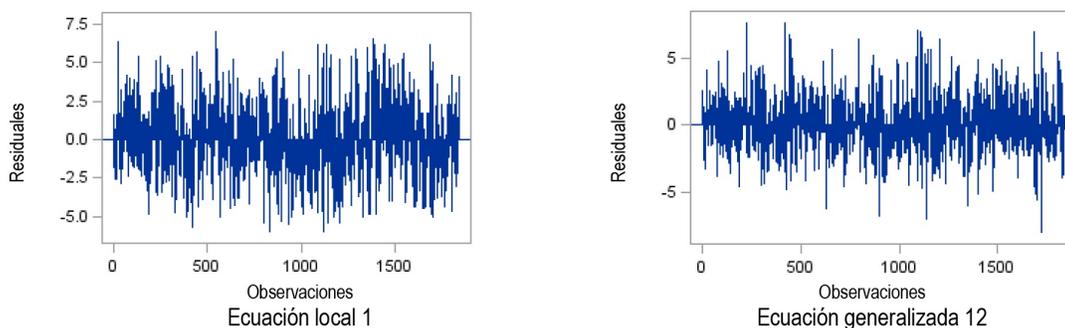
Donde: R<sup>2</sup>aj: coeficiente de determinación ajustado. RCME: raíz del cuadrado medio del error. Pr > |t|: valor de significancia.

**Tabla 3.** Test de supuestos de regresión y prueba de verosimilitud en las ecuaciones altura total-diámetro normal empleado para *P. patula*.

Ecuación	Tipo	Shapiro-Wilk (SW)		Durbin-Watson (DW)	logLik
		Valor	Significancia	Valor	Valor
1	Local	0.98	p < 0.0001	—	-4153
2		0.98	p < 0.0001	—	-4154
3		0.98	p < 0.0001	—	-4193
4		0.98	p < 0.0001	—	-4156
5		0.98	p < 0.0001	—	-4229
6		0.98	p < 0.0001	—	-4156
7		0.98	p < 0.0001	—	-4158
8		0.98	p < 0.0001	—	-4154
9	Generalizada	0.98	p < 0.0001	—	-4154
10		0.97	p < 0.0001	1.5	-3927
11		0.98	p < 0.0001	1.7	-3834
12		0.98	p < 0.0001	1.6	-3801

10 y 12 solo lo hacen en 18 y 12 cm, respectivamente (Tabla 4). Al verificar la tendencia de los datos observados y los estimados con las ecuaciones se ratifican que la tendencia de las estimaciones es adecuada

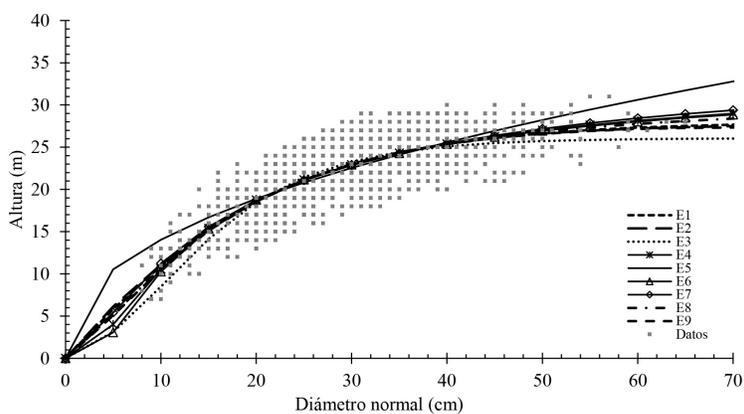
siendo la ecuación 12 la mejor al emplear la altura media del sitio y el diámetro normal como variables predictoras (Figura 4).



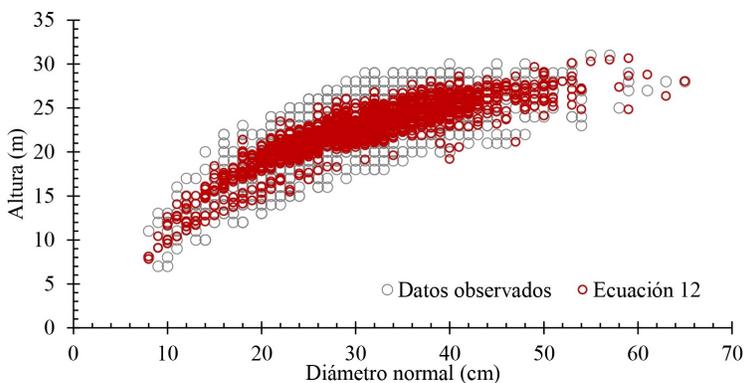
**Figura 2.** Distribución de residuales en las ecuaciones estadísticamente superiores.

**Tabla 4.** Sesgo de las estimaciones con las ecuaciones locales y generalizadas de altura total-diámetro normal para *P. patula*.

Ecuación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
E	0.04	0.04	0.08	0.04	0.03	0.05	0.04	0.05	0.05	0.04	1.60	0.03
E%	0.20	0.19	0.34	0.20	0.15	0.21	0.19	0.20	0.21	0.18	7.13	0.12



**Figura 3.** Datos observados versus estimados con las ecuaciones locales de altura total-diámetro normal para *P. patula*.



**Figura 4.** Datos observados versus estimados con la ecuación generalizada 12 al emplear altura media del sitio (hm) en rodales de *P. patula*.

## DISCUSIÓN

En el ajuste estadístico, las mejores ecuaciones para estimar la altura total a través del diámetro normal, fueron la ecuación local 1 y la expresión generalizada 12 al incluir la altura media del sitio, por sus parámetros significativos ( $p < 0.0001$ ) y valores bajos en la RCME (Martínez *et al.* 2006), además de los menores sesgos en las estimaciones. Esta selección de la ecuación coincide con los procedimientos propuestos por Corral-Rivas *et al.* (2019) y Guerra *et al.* (2019), los cuales al ajustar ecuaciones altura total-diámetro normal eligen la expresión que menores desviaciones tiene al estimar la altura total en función del diámetro normal.

En el presente estudio, los valores bajos del  $R^2_{aj}$  se deben a la variabilidad en las alturas de la muestra empleada, lo que concuerda con Arias (2004) al evaluar 26 ecuaciones locales de altura total-diámetro normal para *Pinus caribaea*, con un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de 0.73 en la mejor ecuación. En tanto que, Corral-Rivas *et al.* (2014) al ajustar ecuaciones locales y generalizadas para siete especies del género *Pinus* bajo dos enfoques obtuvo valores de  $R^2$  de entre 0.73 y 0.85; mientras que, Quiñonez *et al.* (2012) al ajustar ecuaciones alométricas de altura total-diámetro de tocón para cinco especies del género *Pinus* tuvo valores de  $R^2$  de entre 0.47 y 0.77.

Esta situación mencionada, muestra que para estas ecuaciones es difícil obtener alta confiabilidad de los resultados, ya que se obtienen valores en el coeficiente de determinación ajustado inferiores a 0.80 por la variabilidad de la información, aun cuando se ajusten los modelos a través del enfoque de efectos mixtos, como lo reportan Corral-Rivas *et al.* (2019) para siete especies de *Pinus* en un bosque templado en México, y Ogana (2019) para mezclas de especies de un bosque tropical. Pero Hernández-Ramos *et al.* (2018) y Guerra *et al.* (2019) reportan valores superiores a 0.90 al ajustar ecuaciones locales para *P. pseudostrobus*, *P. montezumae* y *P. teocote*, resultados que posiblemente sean por la homogeneidad de la masa forestal evaluada.

Al evaluar la precisión de las estimaciones de

las ecuaciones a través del valor de la RCME, en los tipos local o generalizado, como lo realiza Corral-Rivas *et al.* (2014) y Zhang *et al.* (2014), donde los valores del RCME cercanos a cero tienden a tener menor sesgo y las ecuaciones son confiables, los resultados son confiables y pueden ser aplicados dentro de los inventarios forestales o planes de manejo para la especie, ya que estos varían entre 2.04 y 2.48 m. De igual manera al verificar la exactitud de las estimaciones por el  $\bar{E}$  y su expresión porcentual (E%), los resultados son aceptables por tener desviaciones globales menores al 1%, como lo reportan Ercanli (2015), Hernández-Ramos *et al.* (2015b) y Hernández-Ramos *et al.* (2018), autores que ajustaron ecuaciones para la relación alométrica con diferentes ecosistemas, especies y enfoques estadísticos.

La tendencia de los datos observados y las estimaciones hechas con la ecuación local propuesta cumple con lo mencionado por Diéguez-Aranda *et al.* (2009) quienes proponen una restricción a la ecuación para que cuando la altura sea de 1.3 m sobre el fuste, el valor del diámetro normal sea igual a cero, lo que también concuerda con Huang *et al.* (1992) al emplear la ecuación local de tipo logístico para las especies de *Picea glauca* y *Populus tremuloides*, mientras que Hanus *et al.* (1999) al utilizar las ecuaciones locales de tipo alométrico, exponencial y de Chapman-Richards para cinco especies.

Esta restricción de 1.3 mencionada, la cual mejora el ajuste estadístico en las ecuaciones alométricas (Diéguez-Aranda *et al.* 2009) se puede observar en los resultados de este estudio, lo cual concuerda con lo reportado por Castedo *et al.* (2001) los cuales mejoran el ajuste que realizaron mediante una función bivalente SBB de diez ecuaciones locales altura total-diámetro normal para *Pinus pinaster*; al igual que lo reportado por Piji (2014) al ajustar este tipo de ecuaciones para *Palaquium obovatum* (Griffith) Enql., *Shorea uliginosa* Foxw., *Gonystylus bancanus* (Miq.) Kurz., *Camnosperma coriaceum* (Jack.) Hallier f. ex v. Steenis y *Panthera tigris sumatrae*; y con Hernández-Ramos *et al.* (2018) los cuales ajustan diez ecuaciones locales para *P. pseudostrobus*.

La ecuación generalizada 12 es confiable para estimar la altura total del arbolado y es más simple que el empleado por otros estudios, ya que solo utiliza como variables el diámetro normal y la altura media del sitio. La inclusión de otras variables dentro de la ecuación podría arrojar mejores resultados y se recomienda hacer estas exploraciones, tal y como lo realizaron Corral-Rivas *et al.* (2014) al incluir la densidad y el índice de sitio en la ecuación generalizada de Bertalanffy-Richards, o bien el modelar este tipo de estructuras bajo enfoques de un método Bayesiano o la inclusión de variables aleatorias a través del enfoque de efectos mixtos (Zhang *et al.* 2014, Sharma *et al.* 2019).

El empleo de ecuaciones de tipo local o generalizado, permitirá disminuir los tiempos en la toma de información de campo en los inventarios forestales, como lo mencionan López *et al.* (2003) y Diéguez-Aranda *et al.* (2009). Además de que mejora la precisión en las estimaciones de volumen de rodales específicos o del bosque en cuestión al combinarlo con otras herramientas cuantitativas (Trincado y Leal 2006, Milena *et al.* 2013) y pueden ser pauta para la construcción de sistemas de crecimiento y rendimiento para esta especie de interés forestal, tal y como lo mencionan Guerra *et al.* (2019) y describe Corral-Rivas *et al.* (2019) al proponer una

metodología basada en un ajuste de modelos de efectos mixtos.

## CONCLUSIONES

Las ecuaciones, local (1) y generalizada (12) estiman de forma confiable y precisa la altura total en función del diámetro normal, variable que es la más registrada dentro de la toma de datos de campo en un inventario forestal maderable y es de fácil medición. El cálculo de variables como la altura promedio de cada sitio no generan un tiempo adicional en el registro de información de campo y ningún costo extra dentro de los inventarios forestales en los bosques uniespecíficos de *Pinus patula*, sin embargo, la inclusión de esta variable estimada en gabinete dentro del modelo generalizado propuesto (12) aumenta la aplicabilidad de la ecuación seleccionada para estimar la altura total en función del diámetro normal en esta especie de interés comercial.

## AGRADECIMIENTOS

Al ejido Monte Grande, municipio de Ixhuacán de los Reyes, Veracruz por la disposición y facilidades prestadas para realizar el trabajo.

## LITERATURA CITADA

- Arias AD (2004) Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. Kurú: Revista Forestal 1: 1-11.
- Barrio AM, Álvarez GJG, Díaz MIJ, López SCA (2004) Relación altura diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 18: 141-146.
- Becerra-Zavaleta J (2015) Pinos de Veracruz y sus tipos poco familiares. Revista Agroentorno 6: 31-32.
- Castedo DF, Ruiz GAD, Álvarez GJG (2001) Modelización de la relación altura-diámetro para *Pinus pinaster* Ait. en Galicia, España mediante la función de densidad bivalente Sbb. Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales 10: 111-125.
- Corral-Rivas S, Návar-Cháidez JJ (2009) Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de Durango, México. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente 21: 185-202.
- Corral-Rivas S, Silva AAM, Quiñonez BG (2019) Modelo generalizado no-lineal altura-diámetro con efectos mixtos para siete especies de *Pinus* en Durango, México. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 10: 86-117.

- Corral-Rivas S, Álvarez-González JG, Crecente-Campo F, Corral-Rivas JJ (2014) Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in Northwestern Durango, Mexico. *Forest Ecosystems* 1: 1-9.
- Costa EA, Schroder T, Guimarães FCA (2016) Height-diameter relationships for *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze in Southern Brazil. *CERNE* 22: 493-500.
- Delgado LA, Acevedo MF, Castellanos H, Ramírez H, Serrano J (2005) Relaciones alométricas y patrones de crecimiento para especies de árboles de la reserva forestal Imataca, Venezuela. *Interciencia* 30: 275-283.
- Diéguez-Aranda U, Alboreca RA, Castedo-Dorado F, Álvarez-González JG, Barrio-Anta M, Crecente-Campo F, González GJM, Pérez-Cruzado C, Rodríguez SR, López SCA, Balboa-Murias MA, Gorgoso VJJ, Sánchez RF (2009) Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Xunta de Galicia. Lugo, España. 259p.
- Ercanli İ (2015) Nonlinear mixed effect models for predicting relationships between total height and diameter of Oriental beech trees in Kestel, Turkey. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 21: 185-202.
- Fierros-Mateo R, De los Santos-Posadas HM, Fierros-González MA, Cruz-Cobos F (2017) Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia* 51: 201-214.
- Gadow K, Sánchez OS, Aguirre COA (2004) Manejo forestal con bases científicas. *Madera y Bosques* 10: 3-16.
- Gadow K, Hui G (1999) Modeling forest development. Kluwer Academic Publishers. Groningen, Netherlands. 228p.
- García-Cuevas X, Hernández-Ramos J, García-Magaña JJ, Aguilar-Toral C, Hernández-Ramos A (2013) Ecuaciones generalizadas de altura-diámetro para rodales de *Pinus montezumae* en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. En: Barrón-González MP y Moreno-Limón S (eds.) Aporte científico ante el cambio climático y el desarrollo sostenible: Sociedad de cambio climático y desarrollo sostenible. Editorial Académica Española. Saarbrücken, Deutschland, Alemania. pp. 9-24.
- Gómez-Aparicio L, Ávila JM, Cayuela L (2013) Métodos de máxima verosimilitud en ecología y su aplicación en modelos de vecindad. *Ecosistemas* 22: 12-20.
- Guerra DV, Islas GF, Flores AE, Acosta MM, Buendía RE, Carrillo AF, Tamarit UJC, Pineda OT (2019) Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa, Tlaxcala. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 10: 133-156.
- Hadaer OM (2014) Predictive models between diameter, height, crown diameter and age of *Pinus brutia* Ten. in Zawita and Atrush Districts. *Global Journal of Bio-Science and biotechnology* 3(2): 203-210.
- Hanus KL, Marshall DD, Hann DW (1999) Height-diameter equations for six species in the coastal regions of the Pacific Northwest. Research Contribution 25-Forestry Publications Office. Oregon State University, Forest Research Laboratory. Oregon, U.S. 11p.
- Hernández-Ramos J, De los Santos-Posadas HM, Valdez-Lazalde JR, Tamarit-Urías JC, Ángeles-Pérez G, Hernández-Ramos A, Peduzzi A, Carrero O (2017) Biomasa aérea y factores de expansión en plantaciones forestales comerciales de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake. *Agrociencia* 51: 921-938.
- Hernández-Ramos J, García-Magaña JJ, García-Cuevas X, Hernández-Ramos A, Muñoz-Flores HJ, Samperio-Jiménez M (2015a) Índice de sitio para bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado de Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6: 24-36.

- Hernández-Ramos J, García-Cuevas X, Hernández-Ramos A, García-Magaña JJ, Muñoz-Flores HJ, Flores-López C, García-Espinoza GG (2015b) Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado de Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6: 8-21.
- Hernández-Ramos J, García-Magaña JJ, Hernández-Ramos A, García-Cuevas X, García-Espinoza GG, Muñoz-Flores HJ, Sáenz-Reyes JT (2018) Allometric height-diameter equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 5: 15-23.
- Huang S, Titus SJ, Wiens D (1992) Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research* 22: 1297-1304.
- INEGI (2017) Anuario estadístico y geográfico de Veracruz de Ignacio de la Llave 2017. Instituto Nacional de Estadística y Geografía: INEGI. Ciudad de México, México. 1222p.
- Juárez GM, Pece MG, Gaillard BC, Sanguedolce J, Mariot V, Mazzuco R (2007) Ecuaciones altura-diámetro en *Prosopis nigra* (Griseb) Hieron (Algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. *Foresta Veracruzana* 9: 9-14.
- Juárez GM, Pece MG, Gaillard CB, Sanguedolce J, Mariot V, Mazzuco R (2006) Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol*, Griseb. en Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho* 13: 36-43.
- López SCA, Gorgoso VJ, Castedo D F, Rojo AA, Rodríguez SR, Álvarez GJG, Sánchez RF (2003) A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science* 60: 237-245.
- Martínez GMA, Sánchez VA, Faulin J (2006) Bioestadística amigable. Ediciones Díaz de Santos. Madrid, España. 919p.
- Milena LA, Trincado G, Barrios A, Nieto V (2013) Modelos regionales de altura-diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. *Bosque* 34: 233-241.
- Moret AY, Ortiz A, Pérez Y, Quijada M, Jeréz MM (2007) Ecuaciones de volumen para árboles de Samán (*Samanea saman* (Jacq.) Merr.), provenientes de potreros en el municipio Machiques de Perijá, estado Zulia, Venezuela. *Revista Forestal Venezolana* 51: 87-96.
- Ogana FN (2019) Tree height prediction models for two forest reserves in Nigeria using mixed-effects approach. *Tropical Plant Research* 6: 119-128.
- Piji NN (2014) Relationship between total tree height and diameter at breast height for tropical peat swamp forest tree species in Rokan Hilir District, Riau Province. *Indonesian Journal of Forestry Research* 1: 89-107.
- Prodan M, Peters R, Cox F, Real P (1997) Mensura forestal. Serie investigación y educación en desarrollo sostenible. San José, Costa Rica: 586p.
- Quiñonez BG, Cruz CF, Vargas LB, Hernández FJ (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3: 23-39.
- Ramos-Uvilla JA, García-Magaña JJ, Hernández-Ramos J, García-Cuevas X, Velarde-Ramírez JC, Muñoz-Flores HJ, García Espinoza GG (2014) Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de *Pinus* de la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5: 92-108.
- Riaño MO, Lizarazo I (2016) Estimación del volumen de madera en árboles mediante polinomio único de ahusamiento. *Colombia Forestal* 20: 55-62.
- Santiago-García W, De los Santos-Posadas HM, Ángeles-Pérez G, Valdéz-Lazalde JR, Corral-Rivas JJ, Rodríguez-Ortiz G, Santiago-García E (2015) Modelos de crecimiento y rendimiento de totalidad del rodal para *Pinus patula*. *Madera y Bosques* 21: 95-110.

- SAS (2016) Statistical Analysis System. Institute Inc. SAS/ETS(R) 9.3 User's Guide. [http://support.sas.com/documentation/cdl/en/etsug/63939/HTML/default/viewer.htm#model\\_toc.ht](http://support.sas.com/documentation/cdl/en/etsug/63939/HTML/default/viewer.htm#model_toc.ht). Fecha de consulta: 5 de octubre de 2019.
- Sharma RP, Štefančík I, Vacek A, Vacek S (2019) Generalized Nonlinear Mixed-Effects Individual Tree Diameter Increment Models for Beech Forests in Slovakia. *Forests* 10: 1-24.
- SEMARNAT (2016) Anuario estadístico de la producción forestal 2015. Secretaria de Medio Ambiente y Recursos Naturales México. 228p.
- Soriano-Luna MA, Ángeles-Pérez G, Martínez-Trinidad T, Plascencia-Escalante FO, Razo-Zárate R (2015) Estimación de biomasa aérea por componente estructural en Zacualtipán, Hidalgo, México. *Agrociencia* 49: 423-438.
- Tamarit UJC, De los Santos PHM, Aldrete A, Valdez-Lazalde JR, Ramírez MH, Guerra CV (2013) Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5: 58-74.
- Trincado G, Leal DC (2006) Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque* 27: 23-34.
- Van Laar A, Akça A (1997) Forest mensuration. Cuvillier Verlag. Göttingen, Germany. 383p.
- Zhang X, Duan A, Zhang J, Xiang C (2014) Estimating Tree Height-Diameter Models with the Bayesian Method. *The Scientific World Journal* 1: 1-9.