

Ecuaciones de índice de diámetro para plantaciones comerciales de *Pinus pseudostrabus* Lindley en Michoacán, México

Diameter index equations for commercial plantations of *Pinus pseudostrabus* Lindley in Michoacan, Mexico

Guadalupe Geraldine García-Espinoza^{1*} ,
 Gerónimo Quiñonez-Barraza² ,
 Oscar Alberto Aguirre-Calderón³ ,
 J. Jesús García-Magaña¹ ,
 Jonathan Hernández-Ramos⁴ 

¹Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Facultad de Agrobiología "Presidente Juárez", Paseo de la Revolución # 1, Col. E. Zapata, CP. 60170. Uruapan, Michoacán, México.

²Centro de Investigación Regional Norte Centro, Campo Experimental Valle del Guadiana, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Carretera Durango-El Mezquital km 5, CP. 43000. Durango, Durango, México.

³Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Forestales, Carretera Nacional, km 145, CP. 67700. Linares, Nuevo León, México.

⁴Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, km 25 Carretera Bacalar-Chetumal, CP. 77900. Chetumal, Quintana Roo, México.

*Autor de correspondencia:
geraldine.geraldine@umich.mx

Artículo científico

Recibido: 18 de agosto 2022

Aceptado: 11 de enero 2023

Como citar: García-Espinoza GG, Quiñonez-Barraza G, Aguirre-Calderón OA, García-Magaña JJ, Hernández-Ramos J (2023) Ecuaciones de índice de diámetro para plantaciones comerciales de *Pinus pseudostrabus* Lindley en Michoacán, México. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 10(1): e3454. DOI: 10.19136/era.a10n1.3454

RESUMEN. Las plantaciones forestales comerciales contribuyen al incremento de la producción maderable en bosques con manejo forestal en el estado de Michoacán, México; sin embargo, no se considera el uso de ecuaciones que permitan predecir, de manera eficiente, la dinámica de crecimiento en diámetro, lo cual es imprescindible para la planeación y evaluación de labores silvícolas. El objetivo fue ajustar y comparar ecuaciones en diferencia algebraica (DA) para la elaboración de curvas de crecimiento e incremento en diámetro e índice de diámetro para plantaciones comerciales de *Pinus pseudostrabus* en Michoacán, México. La base de datos utilizada proviene de análisis troncales de 41 árboles y para la generación de las curvas de crecimiento, se consideró como índice de diámetro al diámetro medio que alcanzan las plantaciones a la edad de referencia de 20 años. Las ecuaciones de Korf, Levakovic II, Monomolecular y Weibull presentaron alta precisión de acuerdo con los estadísticos de ajuste; pero la mayor precisión se obtuvo con la ecuación anamórfica de Korf, la cual generó curvas que describieron adecuadamente el patrón de crecimiento en diámetro y sugirió que el punto de crecimiento máximo sucede a los seis años. Las ecuaciones de índice de diámetro son herramientas que permiten describir de forma adecuada el patrón de crecimiento, además, son útiles para estimar el punto de crecimiento máximo; esta información servirá de apoyo para conducir a las plantaciones de *P. pseudostrabus* a mayor rendimiento maderable.

Palabras clave: Crecimiento, diferencia algebraica, incremento medio anual, máximo punto de crecimiento, rendimiento maderable.

ABSTRACT. Commercial forest plantations contribute to increase timber production in forests under management in the state of Michoacan, Mexico; however, the use of equations to efficiently predict the dynamics of diameter growth is not considered, which is essential to plan and evaluate forestry activities. The objective was to fit and compare equations in algebraic difference (ADA) for the elaboration of growth curves and increase in diameter and diameter index for *Pinus pseudostrabus* in commercial forest plantations in Michoacan, Mexico. The database used comes from stem analysis of 41 trees and for the elaboration of growth curves, the diameter index was considered as the average diameter that plantations reach at reference age of 20 years. The Korf, Levakovic II, Monomolecular and Weibull equations presented high precision according to the fit statistics; but the greatest precision was obtained with the Korf anamorphic equation, which generated curves that adequately described the diameter growth pattern and suggested that the maximum growth point occurs at six years. The diameter index equations are tools that allow adequately describing the growth pattern of the data, in addition, they are useful to estimate the point of maximum growth; this information will be helpful for supporting *P. pseudostrabus* plantations to lead a higher timber yield.

Key words: Growth, algebraic difference, average annual increase, maximum growth point, timber yield.

INTRODUCCIÓN

El manejo forestal requiere del diseño y uso de herramientas cuantitativas para la toma de decisiones, los modelos de crecimiento y rendimiento forestal son los instrumentos más utilizados para lograr este propósito (Pérez *et al.* 2019). Los modelos son representaciones biométricas y matemáticas de los procesos de crecimiento, que proporcionan información sobre condiciones futuras y ayudan a modelar la dinámica forestal (Monserud 2003, Salas *et al.* 2016). Para el desarrollo de modelos de crecimiento y rendimiento es necesario la obtención de variables de individuos y rodales en diferentes condiciones de productividad de sitio y regímenes de manejo a través del tiempo (Santiago *et al.* 2020). El crecimiento en diámetro se modela con funciones que caracterizan el estado actual de la variable para determinar la condición pasada o futura. Las ecuaciones dinámicas son un caso especial de este tipo de funciones, donde el diámetro proyectado se estima en función de la edad actual del bosque y las condiciones iniciales de diámetro y edad (Tamarit *et al.* 2014).

El método para derivar ecuaciones invariantes de la edad base se conoce como diferencia algebraica (ADA), el cual consiste en la sustitución de un parámetro del modelo base para expresarlo como una función del sitio. Las ecuaciones derivadas admiten sólo una hipótesis de crecimiento respecto a los parámetros; es decir, se tiene una asíntota común (ecuaciones polimórficas) o se tienen asíntotas variables (ecuaciones anamórficas), pero no es posible incluir ambas hipótesis en una ecuación (Quiñonez *et al.* 2015). La metodología de diferencia algebraica generalizada (GADA) se fundamenta en la expansión de la ecuación base de acuerdo con teorías de crecimiento (tasa de crecimiento y asíntota), lo que permite que dos o más parámetros sean dependientes del sitio (Cieszewski y Bailey 2000, Cieszewski 2003).

En el aprovechamiento maderable es importante implementar ecuaciones que permitan modelar la dinámica de crecimiento de variables de interés, como el diámetro, con el fin de obtener estimaciones más precisas y realistas para la toma de decisiones

en el manejo forestal sustentable (De Alaimeda *et al.* 2019). Para la interpretación de estas ecuaciones, se considera como índice de diámetro (IDiam) al diámetro medio que alcanza un árbol o grupo de árboles a una edad de referencia, lo cual implica el aspecto de producción e indirectamente el de productividad. Además, el uso del Incremento Medio Anual (IMA) para las ecuaciones de crecimiento en diámetro, permite determinar el punto de crecimiento máximo por clase de IDiam (Quiñonez *et al.* 2015).

Pinus pseudostrabus Lindley es una especie de importancia económica para la industria forestal, debido al amplio rango de distribución, calidad de madera y productividad. Los estados del centro y sur de México como Michoacán son áreas importantes para establecer plantaciones forestales comerciales, principalmente de *P. pseudostrabus* (Viveros *et al.* 2006, Muñoz *et al.* 2015). Sin embargo, a pesar de la relevancia de esta especie, para las condiciones del área de estudio, no se considera el uso de ecuaciones que permitan la elaboración de curvas de crecimiento e incremento por índice de diámetro, así como la determinación del punto de crecimiento máximo. Estas ecuaciones tienen utilidad en la planeación y ejecución del manejo de las plantaciones, ya que permiten determinar en forma objetiva las tasas de crecimiento en diámetro y marcan la pauta para establecer el ciclo de corta en función de los diámetros deseados para la cosecha final (Tamarit *et al.* 2021). Por lo anterior, el objetivo del presente estudio fue ajustar y comparar ecuaciones en Diferencia Algebraica para la elaboración de curvas de crecimiento e incremento en diámetro e índice de diámetro para plantaciones comerciales de *P. pseudostrabus* en Michoacán, México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción del área estudio

Los datos utilizados se colectaron en cuatro plantaciones forestales comerciales de *P. pseudostrabus* en la comunidad forestal de Nuevo San Juan Parangaricutiro, que se localiza en la Sierra Purhépecha, estado de Michoacán (19° 34' - 19° 25' LN y 102° 17' - 102° 00' LO). La superficie total de las

plantaciones muestreadas es de 12 ha, distribuidas en las localidades de Pario y Huerekutini, localizadas en el noreste del área de estudio con pendientes de 10 a 20%, mientras que, Tejamanil I y II se localizan en el suroeste con pendientes de 12 a 23%, con edades de 26 y 28 años, respectivamente. La densidad inicial en las cuatro plantaciones fue de 2 500 árboles ha⁻¹ manejadas con poda y tratamientos a la vegetación del sotobosque.

El clima es templado húmedo con lluvias abundantes en verano, la precipitación media anual es de 1 600 mm (García 1988). La vegetación natural corresponde a bosques de pino, pino-encino, pino-oyamel, y mesófilo de montaña (Bello *et al.* 2015). El estrato arbóreo dominante de la vegetación colindante a las plantaciones lo componen las especies *Pinus pseudostrabus* Lindley, *Pinus devoniana* Lindley, *Pinus montezumae* Lamb., *Pinus douglasiana* Martínez, *Pinus leiophylla* Schl. & Cham., *Quercus candicans* Née, *Quercus rugosa* Née, *Quercus laurina* Humb. y Bonp. y *Alnus jorullensis* Humboldt, Bonpland & Kunth (UNDP 2012).

Variables evaluadas

Para los análisis troncales se seleccionaron árboles sanos, completos, de un solo fuste y lo más recto posible; no se incluyeron individuos presentes en las orillas de las plantaciones para evitar el efecto del borde en el crecimiento de los árboles muestra (Ramos *et al.* 2014). La información utilizada consistió en datos de diámetro (*d*) a distinta altura (*h*) y edad (*E*) de 41 árboles dominantes y co-dominantes definidos con base a la clasificación de copas de Kraft (1884), con edades de 26 y 28 años. Los árboles de la muestra se derribaron para la obtención de cortes transversales a 0.30 m de longitud, 0.6 m, 1.3 m y secciones entre 2.5 y 3.3 m hasta llegar a la altura total (*H*). Los árboles muestreados se distribuyeron en las cuatro localidades y cubrieron las categorías diamétricas presentes. Para efecto del ajuste de los modelos desarrollados, se utilizó la rodaja extraída a la altura del diámetro normal (1.3 m). Además, para detectar posibles anomalías en la base de datos se examinó el gráfico de dispersión entre diámetro y edad. Las estadísticas descriptivas que incluyen los

valores mínimos, promedio, máximos y desviación estándar de las variables evaluadas se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Estadísticas descriptivas de la base de datos

Variable	Mínimo	Media	Máximo	DS
D	20.25	33.34	51.50	7.46
d	0.00	22.88	58.40	12.96
H	21.94	27.19	33	2.60
h	0.30	11.54	33	9.52
E	1.0	11.35	28	8.48

D = diámetro normal (cm); d = diámetro a la altura *h* (cm); *h* = altura comercial (m); *H* = altura total (m); *E* = edad (años); DS = desviación estándar de la media.

Ecuaciones de crecimiento en diámetro

Las ecuaciones de índice de diámetro (IDiam) en Diferencia Algebraica (ADA) relacionan el diámetro (*d*) en función de la edad (*E*) para el índice de diámetro teórico (*ds_i*) a una edad base o de referencia (*E_b*) con un vector de parámetros (β) y son representados como (Quiñonez *et al.* 2015):

$$d = f(ds_i, E, E_b, \beta)$$

Donde: *d* es el diámetro a la edad de proyección (*E*), *ds_i* es el índice de diámetro, *E_b* es la edad base y β es el vector de parámetros de regresión del modelo.

Las ecuaciones de crecimiento en forma ADA fueron utilizadas para modelar las relación funcional diámetro - edad (Tabla 2), derivadas de ecuaciones de crecimiento base reportados por Zeide (1993), los cuales han sido seleccionados para la modelación de diferentes variables forestales de interés (Sharma *et al.* 2015, Fierros *et al.* 2017, Seki y Sakici 2017, Hernández *et al.* 2018).

Para la generación de las curvas de crecimiento, se consideró como IDiam al diámetro medio que alcanzan las plantaciones a la edad de referencia de 20 años, o el índice que representa cada árbol en función de su diámetro y edad a una edad de referencia, lo cual implica un aspecto de producción e indirectamente de productividad (Quiñonez *et al.* 2015). Se utilizó como edad de referencia los 20 años por ser una categoría simétrica inferior de 10

Tabla 2. Ecuaciones de crecimiento en diámetro para *Pinus pseudostrabus*

Modelo	Abreviación	Ecuación
Chapman-Richards	CR-a	$d_1 = d_0 \left[\frac{1-e^{-\beta_2 E_1}}{1-e^{-\beta_2 E_0}} \right]^{\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
	CR-b	$d_1 = \beta_1 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{d_0}{\beta_1} \right)^{\frac{1}{\beta_3}} \right]^{\frac{E_0}{E_1}} \right\}^{\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
Weibull	W-a	$d_1 = d_0 \left[\frac{1-e^{(-\beta_2 E_0)^{\beta_3}}}{1-e^{(-\beta_2 E_1)^{\beta_3}}} \right] + \varepsilon_{ij}$
	W-b	$d_1 = \beta_1 \left\{ 1 - e^{\left[\frac{\ln \left(\frac{\beta_1 - d_0}{\beta_1} \right) E_0 \beta_3}{E_1 \beta_3} \right]} \right\} + \varepsilon_{ij}$
	W-c	$d_1 = \beta_1 \left\{ 1 - e^{-\beta_2 E_0 \left[\frac{\ln \left(\frac{\beta_1 - d_0}{\beta_1} \right)}{-\beta_2} \right]} \right\} + \varepsilon_{ij}$
Hossfeld IV	H-a	$d_1 = \frac{E_0 \beta_3 d_0 E_1 \beta_3}{\beta_2 d_0 E_1 \beta_3 - E_0 \beta_3 E_1 \beta_2 + E_0 \beta_3 E_1 \beta_3} + \varepsilon_{ij}$
	H-b	$d_1 = \frac{-E_0 \beta_3 d_0 \beta_1}{d_0 E_1 \beta_3 - E_1 \beta_3 \beta_1 - E_0 \beta_3 d_0} + \varepsilon_{ij}$
Gompertz	G-a	$d_1 = d_0 \frac{e^{[-\beta_2 e^{(-\beta_3 E_0)}]}}{e^{[-\beta_2 e^{(-\beta_3 E_1)}]}} + \varepsilon_{ij}$
	G-b	$d_1 = \beta_1 e^{\left\{ -\beta_2 e^{\left[\ln \left(-\ln \left(\frac{d_0}{\beta_1} \right) \frac{E_0}{E_1} \right) \right]} \right\}} + \varepsilon_{ij}$
Levakovic II	LII-a	$d_1 = d_0 \left[\frac{\frac{E_0}{\beta_2 + E_0}}{\frac{E_1}{\beta_2 + E_1}} \right]^{\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
	LII-b	$d_1 = \beta_1 \left[\frac{E_0}{E_1} \left(-1 + \frac{d_0}{\beta_1} \right)^{\left(\frac{-1}{\beta_3} \right) + E_0} \right]^{\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
Monomolecular	M-a	$d_1 = d_0 \left[\frac{1-\beta_3 e^{(-\beta_2 E_0)}}{1-\beta_3 e^{(-\beta_2 E_1)}} \right] e_{ij}$
	M-b	$d_1 = -\beta_1 \left\{ -1 + \beta_3 \left[-\frac{(d_0 - \beta_1)}{(\beta_1 \beta_3)} \right] \right\}^{\frac{E_0}{E_1}} + \varepsilon_{ij}$
Korf	K-a	$d_1 = d_0 e^{[-\beta_2 (E_0 - E_1)]^{-\beta_3}} + \varepsilon_{ij}$
	K-b	$d_1 = \beta_1 \left(\frac{d_0}{\beta_1} \right)^{\frac{E_1}{E_0 \beta_3}} + \varepsilon_{ij}$
	K-c	$d_1 = \beta_1 e^{\left\{ -\beta_2 - \ln \left[\frac{d_0}{\beta_1} \right]^{\frac{\ln E_0}{\ln E_1}} \right\}} + \varepsilon_{ij}$

d_0 : diámetro en el tiempo inicial E_0 ; d_1 es diámetro en el tiempo final E_1 ; β_i ($i = 1, 2, 3$) son los parámetros globales; ε_{ij} es el término aleatorio del modelo.

años a la edad máxima medida.

Ajuste de las ecuaciones de crecimiento

Las estimaciones de los parámetros de las

ecuaciones de crecimiento se obtuvieron mediante el procedimiento iterativo anidado (Tait *et al.* 1988), el cual consistió en el ajuste de los parámetros globales para cada modelo con valores iniciales de 20 cm de

diámetro, que corresponde a la categoría diamétrica media observada a la edad de referencia; los valores de los parámetros globales se consideraron constantes y el parámetro específico del sitio se estimó para cada árbol. Los valores observados para cada árbol se usaron como valores iniciales para el procedimiento de ajuste. Los valores estimados se transformaron en valores observados y los parámetros globales fueron ajustados nuevamente. La secuencia se repitió hasta que las estimaciones sucesivas de los parámetros globales se estabilizaron (Cieszewski y Bailey 2000, Quiñonez *et al.* 2015, González *et al.* 2016). El criterio de parada del algoritmo iterativo fue cuando la diferencia en el error cuadrático medio entre dos iteraciones sucesivas fuera de menor a 0.0001 (Vargas *et al.* 2010).

Autocorrelación y heterocedasticidad

En la formulación de las ecuaciones, el término del error ε_{ij} se asumió independiente e idénticamente distribuido con media cero y varianza conocida ($[\varepsilon_{ij} \sim \text{iid } N(0, \sigma)]$). Sin embargo, por la naturaleza longitudinal de la base de datos utilizada para el ajuste, puede esperarse la autocorrelación de los errores (Álvarez *et al.* 2010); además, las predicciones de las ecuaciones podrían mantener variación en los niveles de las variables independientes, lo que es conocido como heterocedasticidad (Gujarati y Porter 2011). Por la importancia de mejorar la capacidad predictiva y la interpretación de las propiedades estadísticas en el ajuste de las ecuaciones, se emplearon combinaciones de estructuras autorregresivas de media móvil de los errores (ARMA) (Quiñonez *et al.* 2018). La mejor estructura correspondió a la combinación de un modelo autorregresivo de primer y segundo orden (AR1 y AR2), y un modelo de media móvil de primer orden (MA1). La programación de los modelos ARMA en el paquete estadístico SAS/ETS[®] (SAS 2015) considerando el estado inicial de la variable dependiente en función del tiempo (t), y ajustado en dos pasos con la estructura ARMA (2, 1) fue la siguiente:

$$dt_{ij} = f(ds_i, E_{ij}, Eb, \beta_i)$$

$$d_{ij}ARMA = \rho_1 \times zlag1(d_{ij} - dt_{ij}) + \rho_2 \times zlag2$$

$$(d_{ij} - dt_{ij}) + \phi_1 \times zlag1(resid.dt_{ij})$$

$$d_{ij} = dt_{ij} + d_{ij}ARMA$$

Donde: dt_{ij} , es el diámetro j en el árbol i dado como una función en el tiempo t , $d_{ij}ARMA$ es la estructura ARMA, d_{ij} es diámetro j en el árbol i , con el efecto de la estructura ARMA, ρ_1 , ρ_2 y ϕ_1 representan los parámetros autorregresivos y de media móvil, respectivamente, $zlag1$ es el valor anterior a la observación evaluada, y $zlag2$ es dos valores anteriores a la observación evaluada.

Para lograr convergencia y garantizar la corrección de la autocorrelación en las ecuaciones H-a y K-b, se utilizó la siguiente expresión:

$$d_{ij}ARMA(1, 1) = \rho_1 \times zlag1(d_{ij} - d_{ijt}) + \phi_1 \times zlag1(resid.d_{ijt})$$

La función de potencia de la varianza ($H.var$) se estableció para la corrección de heterocedasticidad (SAS 2015), y fue dada por

$$H.d_{ij} = \sigma^2 * \varepsilon_{ij}^{2\alpha}$$

Donde: $H.d_{ij}$ es la variable d_{ij} del modelo con homocedasticidad de varianzas (H); σ y α representan los parámetros de localización y escala, respectivamente, de la formulación de varianza, y ε_{ij} corresponde al error del modelo ponderado con la formulación de varianza.

Las ecuaciones de crecimiento en diámetro, la estructura ARMA(p, q) y la función de potencia de la varianza se ajustaron simultáneamente con el procedimiento MODEL del programa SAS (SAS 2015), y el método iterativo (Tait *et al.* 1988), a través de la actualización dinámica de los residuales y la obtención de parámetros comunes y específicos para cada árbol (ds_i).

Evaluación de las ecuaciones de crecimiento

La precisión de las ecuaciones se evaluó con el coeficiente de determinación ajustado (R_a^2), la raíz del cuadrado medio del error (RCME), criterio de información de Akaike (AIC), coeficiente de variación (CV) y sesgo absoluto (S). Las expresiones de los estadísticos se presentan en las siguientes ecuaciones:

RESULTADOS

$$R_a^2 = 1 - \left| \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{n-p}}{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \right|$$

$$RCME = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{n-1} \right)^{0.5}$$

$$AIC = 2p + n \left[\ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{n} \right) \right]$$

$$CV = \left[\frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{n-1} \right)^{0.5}}{\bar{y}} \right] \times 100$$

$$S = \frac{|\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})|}{n}$$

Donde: y_i, \hat{y}, \bar{y} son los valores observado, predicho y promedio, respectivamente del d_{ij} ; n es número de observaciones y p es el número de parámetros del modelo.

Para comprobar los supuestos de homocedasticidad de varianzas se utilizó la prueba de *Breusch-Pagan* ($Pr > Chi-Sq$) (Breusch y Pagan 1979, Hernández et al. 2015, SAS 2015). Además, un criterio de calificación (Sakici et al. 2008) fue empleado para la selección de las ecuaciones mejores, el cual consistió en la jerarquización de los estadísticos utilizados para evaluar la precisión y sumados como un sistema de calificación total. Valores del 1 al 16 fueron asignados de manera consecutiva en función al orden de precisión, el 1 correspondió al estadístico más eficiente y el 16 al menos eficiente, la sumatoria representó la calificación total de cada modelo ajustado (Tamarit et al. 2017, García et al. 2018). La mejor ecuación fue aquella que presentó la menor calificación total y tendencias biológicamente realistas a los datos. Para determinar el punto de crecimiento máximo en diámetro, se generaron curvas de Incremento Medio Anual (IMA) por IDiam para los modelos que presentaron la precisión estadística superior.

En la Tabla 3 se presentan los estimadores de los parámetros globales y los errores estándar asintóticos para las ecuaciones ajustadas, las cuales resultaron significativamente diferentes de cero a un nivel significativo del 0.05%. Además, se presentan los parámetros de la estructura ARMA(p, q) y de la función de potencia de la varianza ($H.d_{ij}$). Las ecuaciones presentaron ajuste estadístico satisfactorio con valores del R_a^2 de 94 a 98%, para la RCME se obtuvieron variaciones de 1.18 a 2.24 cm, 6.39 a 12% para el CV, y valores para el S de 0.042 a 0.474 cm (Tabla 4).

Para todos los casos de las ecuaciones ajustadas, la formulación de varianza ($H.d_{ij}$) permitió la obtención de modelos con varianzas constantes, ya que el estadístico *Breusch-Pagan* fue eficiente con valores de probabilidad mayores al nivel significativo de 0.05%, lo cual implicó no rechazar la hipótesis nula y garantiza varianzas constantes. De acuerdo con el criterio de jerarquización y la calificación total, las ecuaciones K-a, LII-a y M-a presentaron eficiencia estadística superior dentro del grupo de ecuaciones anamórficas, donde el parámetro de la asíntota (β_1) es dependiente del sitio, y en este caso de la expresión del IDiam. De estas expresiones, la ecuación K-a registró los valores menores en la RCME (1.185 cm), AIC (181.613), CV (6.392%), y el máximo en el R_a^2 (0.815) (Tabla 4). En las ecuaciones polimórficas, los parámetros de la tasa de crecimiento (β_2) y tasa de cambio (β_3) son dependientes del sitio, dentro de este grupo, W-c, K-b y K-c obtuvieron los valores menores en el sistema calificación. La ecuación K-c obtuvo el valor más alto en R_a^2 (0.98) y los más bajos en la RCME (1.216 cm), AIC (208.145) y CV (6.558%). Las ecuaciones de crecimiento diamétrico registraron valores de entre 0.01 y 0.55 en la prueba de *Breusch-Pagan*, los cuales resultaron no significativos ($Pr > Chi-Sq = 0.460$ y $Pr > Chi-Sq = 0.904$, respectivamente); por tanto, se concluye que las varianzas son constantes y que los residuales se distribuyen en las categorías de edad con varianza constante (Tabla 4).

Tabla 3. Parámetros estimados de las ecuaciones ajustadas y sus errores estándar (en paréntesis)

Modelo	β_1	β_2	β_3	ρ_1	ρ_2	ϕ_1	σ	α
CR-a		0.051 (0.005)	1.151 (0.045)	1.702 (0.027)	0.878 (0.022)	0.688 (0.038)	2.615 (0.189)	0.587 (0.028)
CR-b	70.112 (7.117)		0.999 (0.034)	1.770 (0.021)	0.939 (0.019)	0.700 (0.033)	2.745 (0.195)	0.593 (0.028)
W-a		0.034 (0.001)	1.085 (0.028)	1.707 (0.027)	0.884 (0.022)	0.690 (0.038)	2.672 (0.193)	0.594 (0.028)
W-b	70.234 (8.006)		0.999 (0.028)	1.770 (0.021)	0.939 (0.019)	0.700 (0.033)	2.741 (0.195)	0.592 (0.028)
W-c	51.354 (2.214)	0.031 (0.001)		1.713 (0.025)	0.889 (0.020)	0.687 (0.037)	2.595 (0.193)	0.591 (0.029)
H-a	1.145 (0.106)	1.480 (0.033)		0.797 (0.036)		0.405 (0.040)	2.324 (0.158)	0.470 (0.026)
H-b	108.320 (16.097)		1.024 (0.037)	1.770 (0.021)	0.939 (0.019)	0.702 (0.033)	2.725 (0.193)	0.590 (0.028)
G-a		2.816 (0.065)	0.111 (0.004)	1.666 (0.025)	0.862 (0.020)	0.619 (0.040)	4.163 (0.305)	0.742 (0.029)
G-c	42.632 (0.721)	2.914 (0.062)		1.775 (0.017)	0.947 (0.017)	0.632 (0.034)	3.610 (0.264)	0.662 (0.029)
LII-a		7.449 (1.508)	1.975 (0.233)	1.717 (0.030)	0.870 (0.024)	0.745 (0.040)	2.130 (0.148)	0.503 (0.027)
LII-b	80.841 (4.605)		1.009 (0.031)	1.802 (0.020)	0.924 (0.019)	0.893 (0.018)	3.078 (0.216)	0.636 (0.028)
M-a		0.054 (0.003)	1.055 (0.009)	1.701 (0.029)	0.867 (0.023)	0.699 (0.041)	2.178 (0.154)	0.521 (0.028)
M-b	65.447 (4.166)		1.005 (0.004)	1.778 (0.020)	0.941 (0.018)	0.711 (0.032)	2.775 (0.196)	0.598 (0.028)
K-a		5.139 (0.077)	0.473 (0.041)	1.735 (0.029)	0.879 (0.023)	0.779 (0.036)	2.121 (0.149)	0.513 (0.028)
K-b	153.531 (31.547)		0.357 (0.036)	0.824 (0.032)		0.424 (0.038)	2.456 (0.163)	0.502 (0.026)
K-c	140.808 (22.077)	5.209 (0.067)		1.730 (0.028)	0.883 (0.023)	0.754 (0.037)	2.168 (0.156)	0.524 (0.028)

β_j : Parámetros estimados de las ecuaciones de crecimiento; ρ_i y ϕ_1 : parámetros de la estructura autorregresiva de media móvil (ARMA); σ y α : parámetros de la localización y forma de la función de potencia de varianza.

Tabla 4. Estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones evaluadas

Modelo	R_a^2	RCME	AIC	CV	S	CT	BP	Pr>Chi-Sq
CR-a	0.977	1.392	345.119	7.477	0.156	29	0.12	0.727
CR-b	0.966	1.687	540.243	9.059	0.192	64	0.02	0.896
W-a	0.976	1.419	364.572	7.627	0.151	32	0.12	0.732
W-b	0.966	1.687	540.625	9.063	0.191	67	0.01	0.902
W-c	0.976	1.424	368.590	7.663	0.140	34	0.01	0.904
H-a	0.971	1.559	460.425	8.024	0.474	55	0.32	0.572
H-b	0.967	1.671	531.075	8.980	0.186	54	0.03	0.869
G-a	0.960	1.836	626.520	9.807	0.282	74	0.20	0.654
G-c	0.940	2.244	830.332	12.005	0.322	79	0.12	0.730
LII-a	0.983	1.194	189.468	6.439	0.086	12	0.21	0.645
LII-b	0.973	1.496	418.217	8.079	0.065	39	0.23	0.629
M-a	0.981	1.253	238.601	6.727	0.150	23	0.15	0.700
M-b	0.966	1.684	538.765	9.034	0.209	61	0.03	0.855
K-a	0.983	1.185	181.613	6.392	0.080	7	0.17	0.680
K-b	0.974	1.481	408.335	8.005	0.042	33	0.55	0.460
K-c	0.982	1.216	208.145	6.558	0.090	17	0.08	0.778

R_a^2 : coeficiente de determinación ajustado; RCME: raíz del cuadrado medio del error; AIC: criterio de información de Akaike; CV: coeficiente de variación; S: sesgo promedio absoluto; CT: calificación total; BP: valor de la prueba de *Breusch-Pagan*; Pr>Chi-Sq: prueba de chi-cuadrada.

Tabla 5. Función de Autocorrelación Parcial del ajuste de las ecuaciones con una estructura autorregresiva de media móvil de los errores

Modelo	Lag0	Lag1	Lag2	Lag3	Lag4	Lag5	Lag6	Lag7	Lag8	EE
CR-a	1	0.045	-0.121	-0.063	0.053	0.009	0.008	-0.044	-0.011	0.114
CR-b	1	0.081	-0.094	-0.069	0.008	0.018	0.0317	-0.025	0.006	0.113
W-a	1	0.042	-0.122	-0.062	0.053	0.007	0.0096	-0.041	-0.007	0.114
W-b	1	0.081	-0.094	-0.069	0.008	0.018	0.031	-0.025	0.006	0.113
W-c	1	0.055	-0.117	-0.058	0.058	0.027	0.004	-0.054	-0.009	0.114
H-a	1	-0.097	0.124	-0.095	0.047	-0.104	-0.069	-0.128	-0.050	0.119
H-b	1	0.081	-0.094	-0.069	0.008	0.019	0.031	-0.025	0.005	0.113
G-a	1	-0.035	-0.132	-0.062	0.082	-0.004	0.000	-0.033	0.001	0.115
G-c	1	0.080	-0.110	-0.108	0.004	-0.002	-0.005	-0.046	0.004	0.115
LII-a	1	0.064	-0.122	-0.077	0.045	0.021	0.015	-0.046	-0.029	0.114
LII-b	1	0.113	-0.073	-0.062	0.023	-0.017	0.022	-0.006	0.021	0.112
M-a	1	0.066	-0.113	-0.057	0.018	0.032	0.014	-0.051	-0.037	0.114
M-b	1	0.088	-0.082	-0.067	-0.003	0.021	0.032	-0.025	0.001	0.112
K-a	1	0.100	-0.103	-0.067	0.015	0.029	0.020	-0.042	-0.029	0.113
K-b	1	-0.087	0.144	-0.075	0.016	-0.100	-0.023	-0.125	-0.060	0.118
K-c	1	0.091	-0.106	-0.060	0.022	0.035	0.011	-0.052	-0.027	0.114

EE: error estándar de los retardos de los residuales en la PACF.

En la Tabla 5 se presentan los valores de la Función de Autocorrelación Parcial (PACF) al utilizar ocho retardos (Lag8) de los residuales para cada árbol, y se incluyeron los errores estándar de cada función. En general, la estructura ARMA generó un patrón aleatorio en los residuales con el segundo retardo, excepto para las ecuaciones H-a y K-b.

Las ecuaciones K-a, LII-a, M-a, K-b, K-c y W-c presentaron los valores más bajos en el sistema de calificación. Aunque los valores de los estadísticos de ajuste fueron similares entre ecuaciones, el análisis debe incluir la comparación gráfica de los residuales contra los valores predichos. El comportamiento de los residuos en función del diámetro predicho para las ecuaciones seleccionadas se muestra en la Figura 1.

En la Figura 2 se muestran las curvas de crecimiento en diámetro de las ecuaciones que presentaron los valores más bajos en el sistema de calificación, las categorías de IDiam correspondieron a 20, 25, 30, 35 y 40 cm a la edad de referencia de 20 años. En general, las curvas de crecimiento se adaptan adecuadamente a las trayectorias de los datos utilizados para el ajuste; sin embargo, en todas las ecuaciones se observó una subestimación en el diámetro con las curvas de índice de diámetro de 20 y 40 cm, mientras que, para K-b se presentó una sobreestimación a los 2 y 5 años con el índice de diámetro de 20 cm. La Figura 3 muestra las curvas de IMA por IDiam para las ecuaciones con mayor precisión es-

tadística, se observó que el punto de crecimiento en diámetro máximo ocurre a los 6 años (2.563 cm) con un promedio de 10.40 cm.

Las ecuaciones K-a y LII-a obtuvieron los valores más bajos en el sistema de calificación y cubrieron satisfactoriamente las trayectorias de crecimiento en diámetro; sin embargo, la ecuación anamórfica K-a presentó precisión estadística superior, por ello, se considera que puede ser utilizada en la descripción del crecimiento en diámetro de *P. pseudostrabus* para las plantaciones estudiadas.

DISCUSIÓN

El método iterativo anidado fue adecuado para la estimación de parámetros de modelos invariantes de la edad base. En investigaciones sobre la estimación de variables forestales de interés, este método ha permitido desarrollar modelos de crecimiento estadísticamente precisos (Quiñonez et al. 2015, González et al. 2016, Sharma et al. 2017), lo que concuerda con el presente estudio.

El uso de la estructura ARMA(p, q) permitió la corrección de la dependencia residual, mientras que, la función de potencia de la varianza ($H.d_{ij}$) garantizó la homocedasticidad. Los resultados de este estudio son similares a los reportados por Quiñonez et al. (2018), quienes obtuvieron predicciones eficientes y estadísticos de ajuste confiables con el uso de estruc-

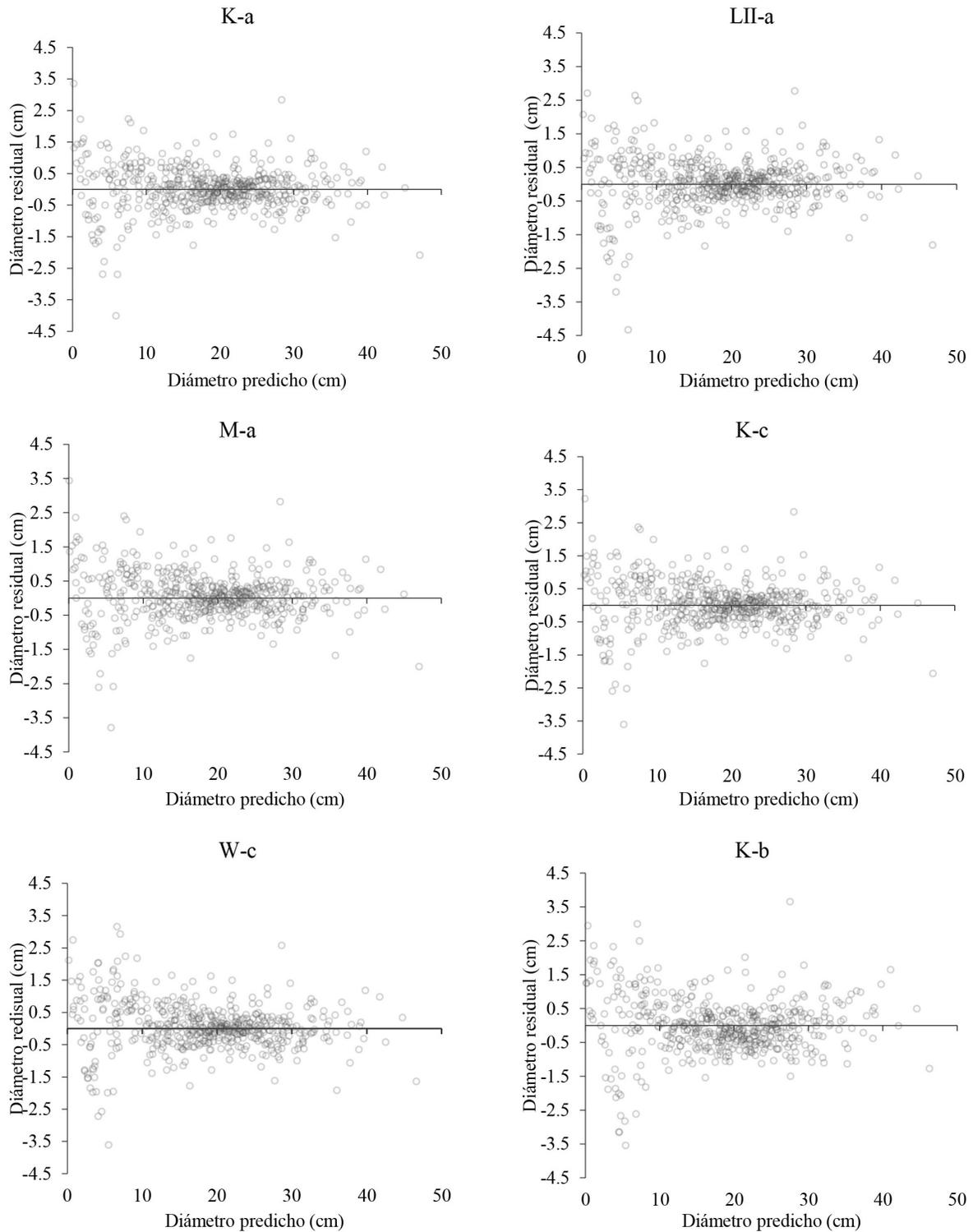


Figura 1. Gráficos de residuales contra predichos de las ecuaciones de mejor ajuste.

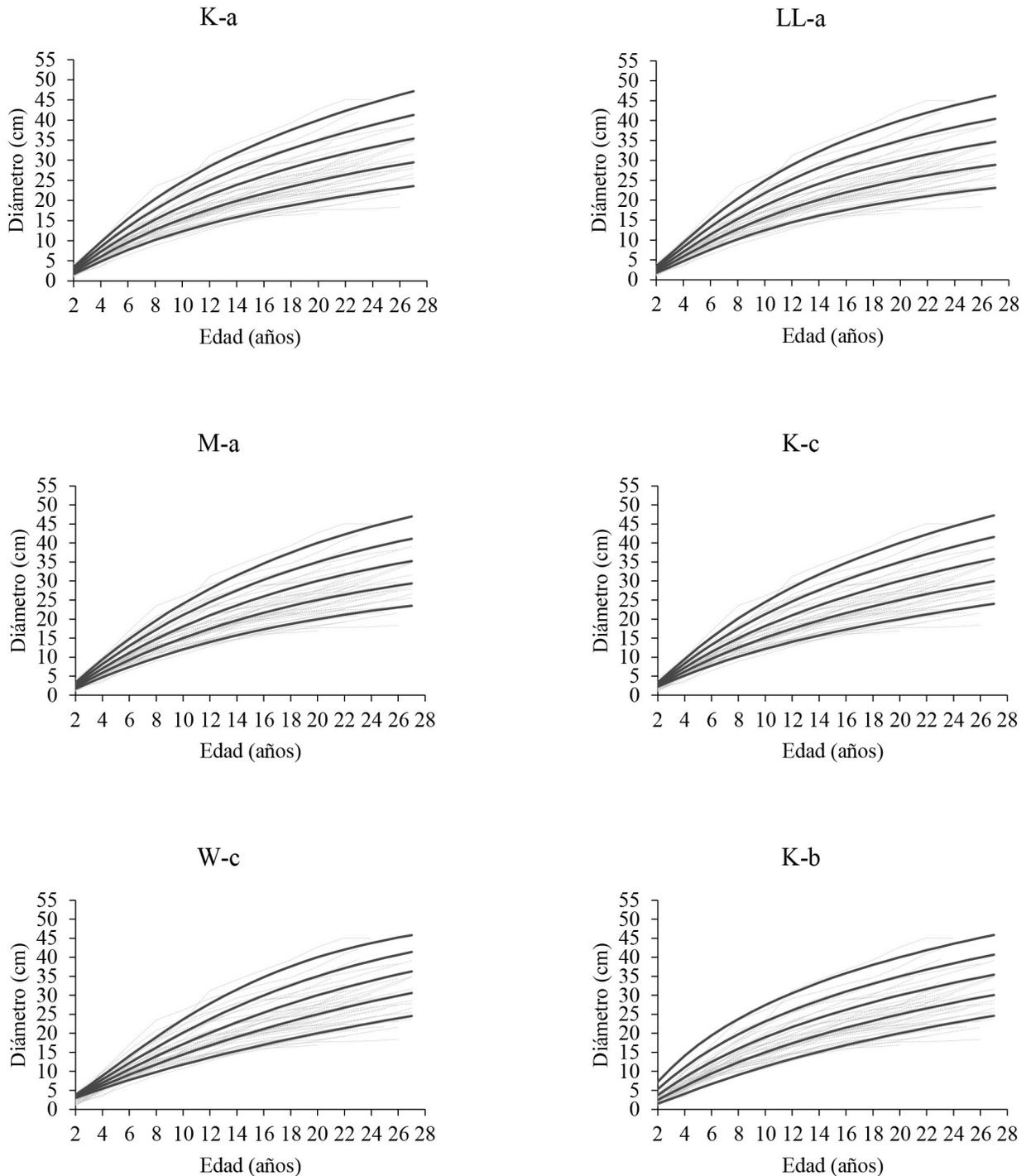


Figura 2. Curvas de crecimiento por índice diamétrico (IDiam) de 20, 25, 30, 35 y 40 cm.

turas autorregresivas de media móvil y funciones de varianza en la modelación de la altura dominante e

índice sitio para *Pinus teocote* Schlecht et Cham. en Durango, México.

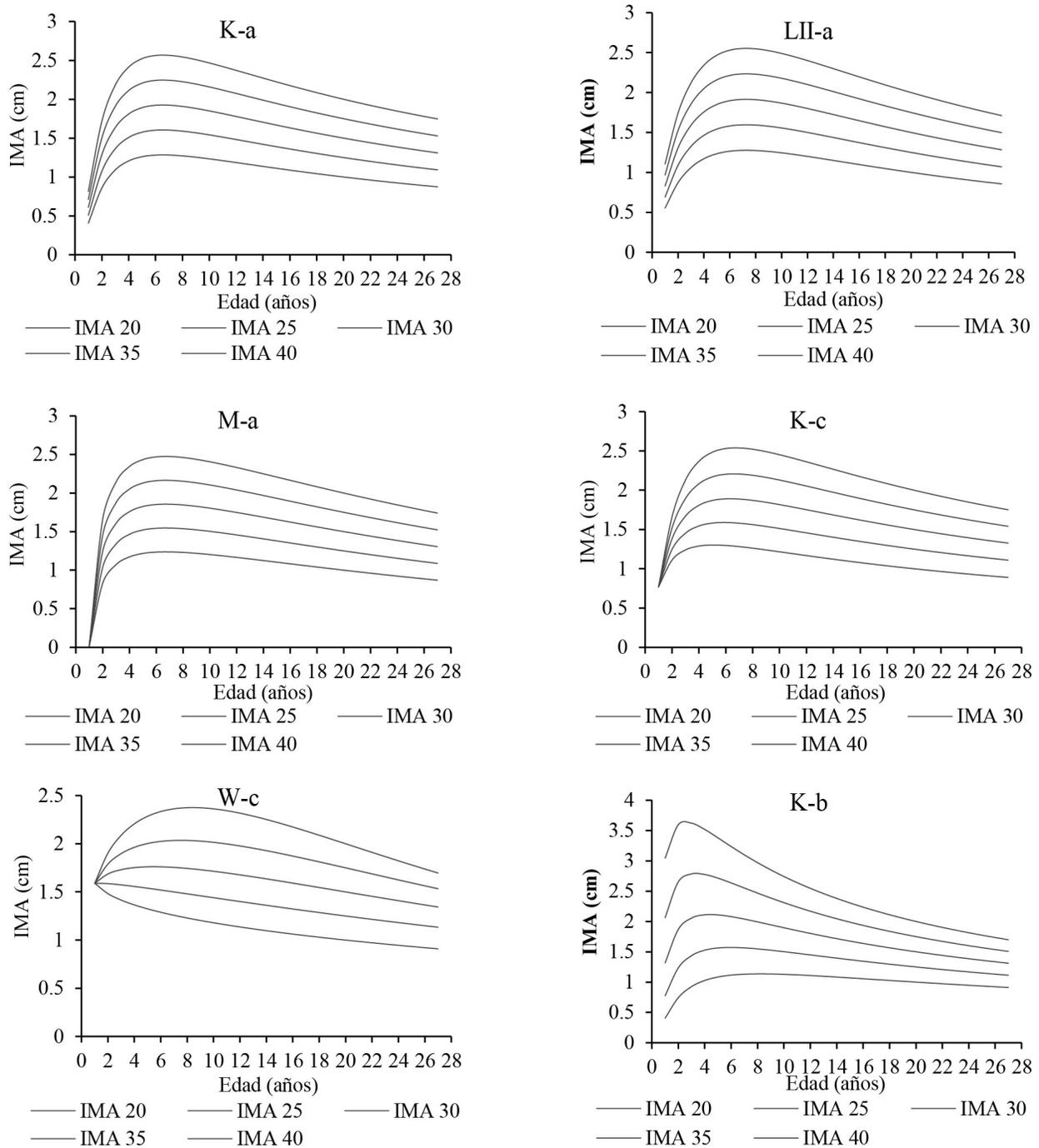


Figura 3. Curvas de Incremento Medio Anual (IMA) en diámetro por IDiam de 20, 25, 30, 35 y 40 cm.

Las curvas generadas con las ecuaciones ADA se adaptaron satisfactoriamente a las trayectorias de

los datos observados. Del mismo modo, Quiñonez *et al.* (2015) generaron curvas de crecimiento por

IDiam con modelos ADA, las cuales describieron adecuadamente las trayectorias de especies comerciales de *Pinus* en Durango, México. Para plantaciones forestales comerciales no se han reportado investigaciones que consideren la utilización del IDiam para la generación de curvas de crecimiento, tampoco la definición de clases de IDiam para calificar la productividad con el crecimiento diamétrico. El diámetro tiene correlación alta con otros atributos del árbol y del rodal, por tanto, es relevante su modelización para realizar estimaciones confiables y tomar decisiones informadas al planear y ejecutar las prácticas silvícolas (Tamarit *et al.* 2021).

El uso de ecuaciones polimórficas se ha sugerido en la literatura (Fierros *et al.* 2017, Kahriman *et al.* 2018); sin embargo, las ecuaciones anamórficas describieron de forma adecuada las trayectorias de los datos asumiendo patrones similares en las plantaciones, las cuales fueron establecidas en localidades de condiciones ambientales semejantes. Al respecto, Hirigoyen *et al.* (2018) seleccionaron un modelo ADA anamórfico por presentar bondad de ajuste superior y comportamiento gráfico adecuado en la modelación del área basal para *Eucalyptus globulus* L.; mientras que Vargas *et al.* (2017), indicaron que una ecuación ADA anamórfica modeló de forma adecuada el crecimiento en diámetro de diversos bosques templados y tropicales de México. También se sabe que las ecuaciones anamórficas han demostrado buena aptitud para expresar patrones de crecimiento variables para especies forestales en bosques con ritmos de crecimiento variable (Attis *et al.* 2015, Martínez *et al.* 2015, Pacheco *et al.* 2016), lo que concuerda con este estudio.

El punto de crecimiento en diámetro máximo de las plantaciones, se observó a los 6 años, resultados similares fueron reportados por Hernández *et al.* (2016), quienes obtuvieron el máximo IMA en diámetro a los 7 años para plantaciones forestales de *Pinus greggii* Engelm., en Hidalgo, México. Además, los resultados indican que entre los 7 y 8 años los árboles empiezan a declinar en la velocidad de crecimiento en plantaciones jóvenes, por lo anterior, es factible la aplicación de aclareos y podas para lo-

grar un rendimiento máximo. Sobre el diámetro se sabe que está relacionado con la altura, volumen, y la competencia entre árboles, en rodales coetáneos, como es el caso de las plantaciones; se debe mantener la densidad mediante aclareos por lo bajo, ya que un adecuado ajuste de la densidad permitirá ubicar una mayor cantidad de árboles de alto valor maderable y un índice de diámetro favorable por periodos de producción largos (Torres y Magaña 2001, Quiñonez *et al.* 2015, Santiago *et al.* 2015).

La ecuación K-a fue seleccionada y se deriva de la ecuación base de Korf, la cual ha sido utilizada ampliamente para modelar el crecimiento y rendimiento forestal. Al respecto, Ni y Nigh (2012) obtuvieron resultados satisfactorios con la ecuación base de Korf en el ajuste de relaciones diámetro-edad para *Pinus taeda* L.; resultados similares fueron reportados por Xu *et al.* (2014) quienes modelaron con esta ecuación el crecimiento en diámetro para árboles individuales de plantaciones comerciales de *Cunninghamia lanceolata* Lamb. en China. En contraste, las ecuaciones base de Chapman-Richards (CR) y Weibull (W) mostraron mejores ajustes para el crecimiento en diámetro de cinco pináceas en bosques de Durango, México (Corral y Nívar 2005).

CONCLUSIONES

Las ecuaciones de crecimiento en diámetro e índice de diámetro (IDiam) presentaron precisión estadística apropiada y permitieron generar curvas de crecimiento e incremento medio anual por clase de IDiam para *Pinus pseudostrabus*. La ecuación anamórfica K-a obtuvo la precisión mayor, se ajustó a la trayectoria de los datos y determinó el punto máximo de crecimiento a los 6 años. Además, la ecuación seleccionada permitió identificar las edades en las que los árboles comienzan a declinar la velocidad de crecimiento; esta información es imprescindible para la realización de las primeras labores silvícolas. La información generada resultará de gran utilidad y apoyo para conducir a las plantaciones forestales comerciales a un mayor rendimiento maderable.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Comunidad Indí-

gena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México, por facilitar la recolección de los datos de campo.

LITERATURA CITADA

- Álvarez JG, Zingg A, Gadow Kv (2010) Estimating growth in beech forests: a study based on long term experiments in Switzerland. *Annals of Forest Science* 67(3): 307. DOI: 10.1051/forest/2009113.
- Attis BH, Chauchard LM, Martínez PG (2015) Curvas preliminares de índice de sitio para bosques puros y mixtos de *Nothofagus alpina* y *Nothofagus obliqua* en la Patagonia Argentina. *Bosque (Valdivia)* 36: 275-285.
- Bello GMA, Hernández MS, Lara CHMBN, Salgado GR (2015) Useful plants of indigenous community from Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacan, Mexico. *Polibotánica* 39: 175-215.
- Breusch TS, Pagan AR (1979) A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society* 47: 1287-1294.
- Cieszewski CJ, Bailey RL (2000) Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science* 46: 116-126.
- Cieszewski CJ (2003) Developing a well-behaved dynamic site equation using a modified Hossfeld IV Function $Y_3 = (axm)/(c+ xm-1)$, a simplified mixed-model and scant subalpine fir data. *Forest Science* 49: 539-554.
- Corral RS, Návar CHJJ (2005) Análisis del crecimiento e incremento de cinco pináceas de los bosques de Durango, México. *Madera y Bosques* 11: 29-47.
- De Almeida M, Hernández VMR, Brazão PJM, Escobar FJG, López SCA, Wehenkel C (2019) Sistema dinámico de crecimiento diamétrico para cinco especies de pinos en Durango, México. *Revista Mexicana de Agroecosistemas* 6: 145-156.
- Fierros RM, De los Santos PHM, Fierros GMA, Cruz CF (2017) Crecimiento y rendimiento maderable en plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Agrociencia* 51: 201-214.
- García E (1988) Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen. 5a ed. UNAM. México. 219p.
- García EGG, Aguirre COA, Quiñonez BG, Alanís RE, De Los Santos PHM, García MJJ (2018) Taper and Volume Systems Based on Ratio Equations for *Pinus pseudostrabus* Lindl. in Mexico. *Forests* 9(6): 344. DOI: 10.3390/f9060344.
- González M, Cruz F, Quiñonez BG, Vargas LB, Nájera LJA (2016) Modelo de crecimiento en altura dominante para *Pinus pseudostrabus* Lindl. en el estado de Guerrero. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 7: 7-20.
- Gujarati DN, Porter DC. 2011. *Econometría Básica*. 5ta Edición. Amgh Editora. São Paulo, Brazil. 920p.
- Hernández RJ, García EGG, García CX, Muñoz FHJ, Velarde RJC, Olvera DEH, García MJJ (2016) Ecuaciones de crecimiento e incremento para definir turnos de corta y madurez financiera en plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. *Revista Forestal Baracoa* 9: 1-9.
- Hernández RJ, García CX, Hernández RA, García MJJ, Muñoz FHJ, Flores LC, García EGG (2015) Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 9: 8-21.
- Hernández CM, Santiago GW, De los Santos PHM, Martínez AP, Ruíz AF (2018) Modelos de crecimiento en altura dominante e índices de sitio para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Agrociencia* 52: 437-453.

- Hirigoyen A, Franco J, Diéguez U (2018) Modelo dinámico de rodal para *Eucalyptus globulus* (L.) en Uruguay. *Agrociencia Uruguay* 22: 63-80.
- Kahrman A, Sönmez T, Gadow Kv (2018) Site index models for Calabrian pine in the central Mediterranean region of Turkey. *Journal of Sustainable Forestry* 37: 459-474.
- Kraft G (1884) Beitrage zur Lehre von den Durchforstungen. Schlagstellungen und Linchtungshieben. (Contribution to the knowledge of thinning. Clear felling and selection system). In *Durchforstungen*. Hannover, Germany. 147p.
- Martínez ZP, Domínguez DM, Juárez GA, López LLM, De la Cruz AV, Álvarez MJ (2015) Índice de sitio y producción maderable en plantaciones forestales de *Gmelina arborea* en Tabasco, México. *Revista Fitotecnia Mexicana* 38: 415-425.
- Monserud RA (2003) Evaluating forest models in a sustainable forest management context. *Forest Biometry, Modelling and Information Sciences* 1: 35-47.
- Muñoz FHJ, Sáenz RJT, García MJJ, Coria AVM, Muñoz VYY (2015) Áreas potenciales para establecer plantaciones comerciales de pino en la Sierra Purhépecha, Michoacán. *Foresta Veracruzana* 17: 35-42.
- Ni CH, Nigh GD (2012) An analysis and comparison of predictors of random parameters demonstrated on planted loblolly pine diameter growth prediction. *Forestry* 85: 271-280.
- Pacheco AG, Santiago JW, Martínez SD, Ortiz BR (2016) Análisis del crecimiento e incremento y estimación de índice de sitio para *Pinus montezumae* Lamb. en Santiago Textitlán, Sola de Vega, Oaxaca. *Foresta Veracruzana* 18: 21-28.
- Pérez LE, Santiago GW, Quiñonez BG, Rodríguez OG, Santiago GE, Ruiz EF (2019) Estimación de distribuciones diamétricas para *Pinus patula* con la función Weibull. *Madera y Bosques* 25(3): e2531626. DOI: 10.21829/myb.2019.2531626.
- Quiñonez BG, García EGG, Aguirre COA (2018) ¿Cómo corregir la heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahusamiento y crecimiento en altura? *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 49: 28-59.
- Quiñonez BG, De los Santos PHM, Álvarez GJG (2015) Crecimiento en diámetro normal para *Pinus* en Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6: 108-125.
- Ramos JA, García MJJ, Hernández RJ, García CX, Velarde RJC, Muñoz FHJ, García EGG (2014) Ecuaciones y tablas de volumen para dos especies de *Pinus* de la sierra Purhépecha, Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5: 92-109.
- Sakici OE, Misir N, Yavuz H, Misir M (2008) Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research* 23: 522-533.
- Salas C, Gregoire TG, Craven DJ, Gilbert H (2016) Modelación del crecimiento de bosques: estado del arte. *Bosque (Valdivia)* 37: 3-12.
- Santiago GW, G Ángeles, Quiñonez BG, De Los Santos PHM, Rodríguez OG (2020) Avances y perspectivas en la modelación aplicada a la planeación forestal en México. *Madera y bosques* 26(2): e2622004. DOI: 10.21829/myb.2020.2622004.
- Santiago GW, De los Santos PHM, Ángeles PG, Valdez LJR, Corral RJJ, Rodríguez OG, Santiago GE (2015) Whole-stand growth and yield models for *Pinus patula*. *Madera y Bosques* 21: 95-110.

- SAS (2015) Base SAS 9.4[®] Procedures Guide: Statistical Procedure. Fourth edition. SAS Institute Inc. Cary, NC, USA: 556p.
- Seki M, Sakici OE (2017) Dominant height growth and dynamic site index models for Crimean pine in the Kastamonu-Taşköprü region of Turkey. *Canadian Journal of Forest Research* 47: 1441-1449.
- Sharma M, Subedi N, Ter-Mikaelian M, Parton J (2015) Modeling climatic effects on stand height/site index of plantation-grown jack pine and black spruce trees. *Forest Science* 61: 25-34.
- Sharma RP, Vacek Z, Vacek S, Jansa V, Kučera M (2017) Modelling individual tree diameter growth for Norway spruce in the Czech Republic using a generalized algebraic difference approach. *Jornal of Forest Science* 63: 227-238.
- Tait DE, Cieszewski CJ, Bella IE (1988) The stand dynamics of lodgepole pine. *Canadian Journal of Forest Research* 18: 1255-1260.
- Tamarit UJC, Rojas DE, Quiñonez BG, Ordoñez PC, Monárrez GJC (2017) Sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus* sp. en bosques bajo manejo de Puebla, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8: 69-88.
- Tamarit UJC, De los Santos PHM, Aldrete A, Valdez LJR, Ramírez MH, Guerra DCV (2014) Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia* 48: 225-238.
- Tamarit UJC, Quiñonez BG, García CX, Hernández RJ, Monárrez GJC (2021) Ecuación dinámica para estimar el crecimiento en diámetro de *Pinus montezumae* Lamb. en Puebla, México. *Madera y Bosques* 27: e2732180. DOI: 10.21829/myb.2021.2732180.
- Torres RJM, Magaña OS (2001) Evaluación de plantaciones forestales. Limusa. México. 472p.
- UNDP (2012) Indigenous Community of Nuevo San Juan Parangaricutiro, Mexico. Equator Initiative Case Study Series. New York, NY. https://www.equatorinitiative.org/wp-content/uploads/2017/05/case_1348151899.pdf. Fecha de consulta: 8 de mayo 2019.
- Vargas LB, Álvarez GJG, Corral RJJ, Aguirre COA (2010) Construcción de curvas dinámicas de índice de sitio para *Pinus cooperi* Blanco. *Revista Fitotecnia Mexicana* 33: 343-350.
- Vargas LB, Corral RJJ, Aguirre COA, López MJO, De los Santos PHM, Zamudio SFJ, Treviño GEJ, Martínez MS, Aguirre CCG (2017) SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 23: 437-455.
- Viveros VH, Sáenz RC, Vargas HJ, López UJ (2006) Variación entre procedencias de *Pinus pseudostrabus* establecidas en dos sitios en Michoacán, México. *Revista Fitotecnia Mexicana* 29: 121-126.
- Xu H, Sun Y, Wang X, Fu Y, Dong Y, Li Y (2014) Nonlinear mixed-effects (NLME) diameter growth models for individual China-fir (*Cunninghamia lanceolata*) trees in southeast China. *PloS one* 9(8): e104012. DOI: 10.1371/journal.pone.0104012.
- Zeide B (1993) Analysis of growth equations. *Forest Science* 39: 594-616.