

Ecuaciones para estimar la altura total de culmos comerciales en tres especies de bambú

Equations to estimate the total height of commercial culms in three bamboo species

Casimiro Ordóñez-Prado^{1*} ,
Adan Nava-Nava² ,
Juan Carlos Tamarit-Urias¹ ,
Pedro Hernández-Zaragoza³ 

¹Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Centro de Investigación Regional Golfo Centro. Campo Experimental San Martinito. Carretera Federal México-Puebla km 56.5, CP. 74100. Tlahuapan, Puebla, México.

²Colegio de Postgraduados. Campus Montecillo. Postgrado en Ciencias Forestales. Carretera México-Texcoco km 36.5, CP. 56264. Texcoco, Estado de México, México.

³Prestador y consultor forestal independiente. Teteles de Ávila Castillo, Puebla, México.

*Autor de correspondencia: ordonez.casimiro@inifap.gob.mx

Artículo científico

Recibido: 22 de marzo 2023

Aceptado: 23 de octubre 2023

Como citar: Ordóñez-Prado C, Nava-Nava A, Tamarit-Urias JC, Hernández-Zaragoza P (2023) Ecuaciones para estimar la altura total de culmos comerciales en tres especies de bambú. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 10(3): e3696. DOI: 10.19136/era.a10n3.3696

RESUMEN. La altura total (At) de los culmos de bambú es fundamental para realizar inventarios de volumen, biomasa, almacenes de carbono y distribución de productos. Su medición directa en campo se dificulta por la alta densidad del dosel y la inclinación natural de la parte alta de la copa. Las ecuaciones alométricas son una alternativa viable para estimar eficientemente la altura en función del diámetro normal (Dn). El objetivo fue ajustar modelos matemáticos $At-Dn$ y seleccionar el de mejor capacidad predictiva para estimar la At de culmos de *Bambusa oldhamii* Munro, *Guadua aculeata* Rupr. y *Guadua angustifolia* Kunth en la Sierra Nororiental de Puebla, México. En el análisis se utilizaron 101 pares de observaciones $At-Dn$ medidas en 2019 con los que se ajustaron por regresión no lineal seis modelos alométricos y tres de crecimiento. Se compararon las técnicas de mínimos cuadrados ordinarios no lineales con variables indicadoras (MCO-NL-VI) y modelos de efectos mixtos no lineales (MEM-NL), se usó la librería “nlme” del programa R. Los modelos se evaluaron con base en el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el sesgo promedio (S). MCO-NL-VI explicó el 83.5% y MEM-NL el 83.2% de la variabilidad observada. El modelo con el mejor desempeño fue el Logístico ajustado con MCO-NL-VI ($R^2_{adj} = 0.835$, REMC = 2.280 m y S = 0.005 m). El modelo $At-Dn$ generado es factible para estimar la At para culmos de los tres taxones de bambú con errores bajos.

Palabras clave: Bambúes gigantes, efectos aleatorios, error de predicción, funciones no lineales, relaciones alométricas.

ABSTRACT. The total height (Th) of bamboo culms is essential for inventories of volume, biomass, carbon stores, and products distribution. The high density of the canopy and the natural inclination of the upper part of the crown make its direct measurement of the field difficult. Allometric equations are a viable alternative to efficiently estimating the height as a function of the diameter at breast height (Dbh). The aim was to fit mathematical models $Th-Dbh$ and select the best predictive capacity to estimate the Th of culms of *Bambusa oldhamii* Munro, *Guadua aculeata* Rupr. and *Guadua angustifolia* Kunth in the Northeastern Sierra of Puebla, Mexico. In the analysis, 101 pairs of $Th-Dbh$ observations measured in 2019 were used, with which six allometric models and three growth models were fitted by non-linear regression. Nonlinear ordinary least squares techniques with indicator variables (NL-OLS-VI) and nonlinear mixed effects models (NL-MEM) were compared. The “nlme” package of the R software was used. We evaluated the models based on the adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}), the root mean square error (RMSE), and the mean bias (B). NL-OLS-VI explained 83.5% and NL-MEM 83.2% of the observed variability. The model with the best performance was the Logistic fitted with NL-OLS-VI ($R^2_{adj} = 0.835$, RMSE = 2.280 m y B = 0.005 m). The generated $Th-Dbh$ model is workable to estimate the Th for culms of the three bamboo taxa with low errors.

Key words: Giant bamboo, random effects, prediction error, nonlinear functions, allometric relationships.

INTRODUCCIÓN

Entre las especies forestales de rápido crecimiento con adaptabilidad a los efectos de cambio climático de hoy en día, los bambúes son una alternativa viable para ser considerados en proyectos de plantaciones comerciales, reforestaciones y como sumideros de carbono (INBAR 2014, Lombardo 2022). Algunas de las ventajas de estas gramíneas altamente lignificadas son: alta diversidad de especies (>1600), amplia distribución geográfica (zonas tropicales y templadas), rápido crecimiento y multiplicación (aproximadamente 2000 culmos anuales por hectárea), producción de materia prima para la fabricación de diversos productos y aportaciones de servicios ecosistémicos (Castañeda-Mendoza *et al.* 2005, Cecon y Gómez-Ruiz 2019, Ruiz-Sánchez 2019). En México, el interés para establecer plantaciones de bambú ha crecido, de manera que en los últimos años especies como *Bambusa oldhamii* Munro, *Guadua aculeata* Rupr., *G. angustifolia* Kunth, entre otras, están consideradas como factibles dentro de las reglas de operación de la CONAFOR (2022) para establecer plantaciones forestales comerciales (PFC) y recibir apoyo económico para su establecimiento. Esta iniciativa gubernamental en conjunto con proyectos de la iniciativa privada ha logrado que la superficie cubierta por bambú en México tenga una tendencia creciente (Muñoz-Flores *et al.* 2021).

México no tiene una cultura del uso del bambú como en países asiáticos (China e India). Sin embargo, desde hace más de dos décadas, comunidades en la Sierra Nororiental de Puebla se han interesado por este material vegetativo como fuente de ingresos (Aguirre-Cadena *et al.* 2018). Los bambúes son utilizados en la construcción de centros ecoturísticos, fabricación de muebles rústicos, como tutores para hortalizas, fabricación de papel artesanal, entre otros (Hernández-Santiago y Torres-Hoyos 2020). En los últimos años se ha comenzado a explorar su aplicación en tableros laminados y la potencialidad de los brotes en la alimentación (Camarillo-Cuenca *et al.* 2020).

El estado de Puebla es pionero en plantaciones con bambú, sobre todo en la región de la

Sierra Nororiental, donde, a finales de la década de los noventa se inició con el establecimiento de *B. oldhamii* y *G. angustifolia* (Aguirre-Cadena *et al.* 2018). Inicialmente el propósito de estas plantaciones fue la estabilización de taludes y protección de riberas de ríos en zonas dañadas por las fuertes lluvias acontecidas en 1999. Otra estrategia se diseñó para que mediante PFC con bambú se pudiera contribuir a mitigar la crisis del bajo precio del café en la región, por lo que, áreas de agricultura y ganadería fueron reconvertidas a forestales con bambú y otras especies maderables (Pérez-García *et al.* 2009). Esto conlleva a la necesidad de generar herramientas biométricas que permitan tomar decisiones informadas sobre el manejo y aprovechamiento de rodales y de plantaciones de bambú (Huy y Long 2019). Los inventarios forestales (IF) en bambusales son la base para el aprovechamiento sustentable, estos proveen de información sobre el número de culmos, el volumen, la biomasa aérea y los almacenes de carbono, información básica para la planificación del aprovechamiento del bambú (Ordóñez-Prado *et al.* 2022).

El manejo y conservación de los bosques de bambú debe respaldarse en información confiable generada con el apoyo de herramientas silvícolas; en particular, es relevante realizar estimaciones precisas de los atributos del culmo, dado que es el componente estructural del bambú de mayor interés porque contiene la mayor cantidad volumen, biomasa y carbono (Fonseca-González y Rojas-Vargas 2016). Los culmos son la materia prima para generar diversos productos, por lo que es relevante la determinación de su altura total (At , m) para un manejo silvícola adecuado. La At es una variable fundamental para realizar IF, tiene un papel importante en la predicción del crecimiento, así como en la producción de largos comerciales en metros lineales de los culmos (García-Soria *et al.* 2015). Sin embargo, en especies gigantes de bambúes como *G. aculeata*, *G. angustifolia* y *B. oldhamii* es muy difícil, costoso y tardado de medirla en campo con los instrumentos de medición habituales. Esto debido a que sus copas forman un dosel con follaje denso, la parte superior de los tallos tienden a presentar curvaturas con una caída natural de las puntas y a que la densidad de cul-

mos agrupados en forma de macollos es alta, ya que, pueden contabilizarse hasta 100 ejemplares en 100 m² (Ordóñez-Prado *et al.* 2022).

A diferencia de la *At*, el diámetro normal (*Dn*, cm) de los culmos puede ser medido de manera directa, fácil y rápida. Esta característica hace posible utilizar la estrategia de recurrir a la estimación de la *At* en función del *Dn*, lo que da lugar a la necesidad de generar ecuaciones alométricas *At-Dn* por especie y ecorregión. Existe un amplio grupo de funciones matemáticas de tipo alométrico y de modelos de crecimiento que pueden ajustarse y evaluarse para estimar la *At* en función de variables explicativas como el *Dn* (Sharma *et al.* 2016, Liu *et al.* 2017, Lebedev y Kuzmichev 2020, Abedi y Abedi 2020), estas han sido probadas con éxito solo en especies arbóreas maderables de México con importancia comercial (Hernández-Ramos *et al.* 2019, Rubio-Camacho *et al.* 2022, García-Cuevas *et al.* 2022).

A nivel nacional, los estudios que analizan la relación *At-Dn* con especies de bambú son escasos. En el ámbito internacional, Gao *et al.* (2016) evaluaron satisfactoriamente diferentes ecuaciones alométricas *At-Dn* para estimar la altura total de *Phyllostachys edulis*; Inoue (2013) evaluó la relación de estas variables para culmos de *Phyllostachys pubescens* Mazel ex Houz a través de un modelo exponencial; mientras que Zhou *et al.* (2023) desarrollaron mediante la técnica de modelos con efectos mixtos una ecuación para estimar la altura comercial de *Phyllostachys edulis*.

En Latinoamérica, las investigaciones de García-Soria *et al.* (2015), Ordóñez-Prado *et al.* (2023) y Camargo-García *et al.* (2023) resaltan la importancia de determinar la *At* para la estimación del volumen, biomasa, carbono y distribución de productos de bambusales tanto de rodales naturales como de plantaciones forestales comerciales. Conocer la relación *At-Dn* de los bambúes también ayuda al estudio, comprensión y cuantificación de los servicios ecosistémicos que ofrecen (Ceccon y Gómez-Ruiz 2019).

Dentro del conjunto de modelos de crecimiento disponibles para analizar la relación *At-Dn*, destacan los de Chapman-Richards, Schumacher, Korf y

Weibull (Liu *et al.* 2017, Corral-Rivas *et al.* 2019, Hernández-Ramos *et al.* 2019, Guerra-De la Cruz *et al.* 2019), aunque se han aplicado en especies arbóreas, su funcionalidad ha sido poco explorada en especies forestales no tradicionales como los bambúes. Las especies de bambú gigante no son consideradas propiamente árboles, aunque al ser pastos de gran porte son altamente lignificados y poseen un tallo definido (culmo), ramas y hojas, atributos que conforman una estructura similar a la de los árboles, por lo que es factible explorar la aplicabilidad de funciones *At-Dn* a taxones de bambú de interés comercial.

Con respecto al ajuste de modelos *At-Dn* por especie, la forma clásica ha sido mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios no lineales (MCO-NL). Cuando se analiza en grupo a diferentes taxones, se disponen de otras técnicas y estrategias de ajuste que ofrecen mejor calidad y certidumbre en las predicciones, tales como la de mínimos cuadrados ordinarios no lineales en combinación con la incorporación de variables indicadoras (MCO-NL-VI) y la de modelos con efectos mixtos no lineales (MEM-NL) que implica el uso de efectos fijos y aleatorios, las cuales tienen ventajas comparativas sobre MCO-NL (Duan *et al.* 2018, Corral-Rivas *et al.* 2019, Quiñonez-Barraza *et al.* 2020).

A través de la técnica de MCO-NL-VI se optimizan los grados de libertad al tenerse un reducido número de observaciones por especie (mínimo 30) y se expanden los parámetros del modelo porque se aplica una prueba de adicionalidad al incorporarse variables indicadoras (Montgomery y Runger 2018). Con la técnica de MEM-NL se estima parámetros fijos y aleatorios simultáneamente para un mismo modelo, permite modelar la variabilidad observada por efecto de diferentes factores o niveles como criterios de agrupación (tal como la especie) después de definir una estructura funcional fija común (Rubio-Camacho *et al.* 2022). En el contexto referido, se estableció como objetivo evaluar mediante las técnicas MCO-NL-VI y MEM-NL modelos matemáticos de *At-Dn* y seleccionar el mejor para estimar la *At* de culmos de *B. oldhamii*, *G. aculeata* y *G. angustifolia* en la Sierra Nororiental de Puebla, México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El estudio se realizó en plantaciones de bambúes *B. oldhamii* y *G. angustifolia*, así como en rodales naturales del bambú nativo *G. aculeata*, ubicadas en la Sierra Nororiental de Puebla, México (Figura 1), las mediciones se realizaron en 2019. El clima de la región es (A)C (fm), que corresponde a un semicálido húmedo del grupo de los templados, con temperatura media anual superior a 18 °C, las lluvias se presentan entre verano e invierno con una precipitación promedio anual de 3 000 mm (García 2004). Predominan los ecosistemas de selva alta perennifolia y el bosque mesófilo de montaña, condiciones donde se han establecido superficies importantes de plantaciones de bambú (Ordóñez-Prado *et al.* 2022).

Trabajo de campo

Se colectó una muestra de 101 culmos maduros, distribuidos en 30 de *B. oldhamii*, 30 de *G. angustifolia* y 41 de *G. aculeata*. La muestra se seleccionó para tener representatividad de las diferentes categorías de diámetro y altura presentes en las plantaciones y rodales naturales para capturar la variabilidad en tamaños de la población de culmos maduros comerciales. Para este tipo de estudios se ha demostrado que un tamaño de 30 culmos por taxón son suficientes para obtener resultados confiables (Miranda-Leão *et al.* 2021).

A cada culmo en pie se le midió el Dn en cm a 1.30 m de altura sobre el suelo con una cinta diamétrica Forestry Suppliers modelo 283D de 5 m de longitud con precisión al milímetro. Posteriormente fueron derribados para registrar su longitud o At en m medida con una cinta métrica de 30 m modelo Truper TFC-30ME. Los ejemplares seleccionados fueron completos, sin daños estructurales y sanos. La muestra se distribuyó en un intervalo de 3.50 a 13.80 cm de Dn y de 6.83 a 30.12 m de At . Los datos presentaron una asimetría positiva, lo que indica una ligera carga hacia la derecha de la media; los valores de la curtosis indicaron que es de tipo platicúrtica para el At y Dn de *B. oldhamii* y *G. angustifolia*, mientras

que para *G. aculeata* la tendencia de la curtosis fue leptocúrtica (Tabla 1).

Análisis estadístico

Se realizó un análisis exploratorio previo para ajustar modelos $At-Dn$ mediante MCO-NL reportados en Lebedev y Kuzmichev (2020), Abedi y Abedi (2020) y Mehtätalo y Kansanen (2022), el cual condujo a preseleccionar como candidatos plausibles a seis modelos alométricos de dos parámetros y tres modelos de crecimiento de tres parámetros (Tabla 2). Posteriormente, se evaluó la calidad de ajuste de estos modelos a través de las técnicas MCO-NL-VI y MEM-NL. En la técnica de MCO-NL-VI, para incluir variables indicadoras en los parámetros de los modelos ajustados se utilizó el procedimiento referido en Montgomery y Runger (2018), tal procedimiento permite detectar valores específicos en los parámetros por especie. Con base en Magalhães (2017), Duan *et al.* (2018) y Seki y Sakici (2022), en la ecuación 1 se ejemplifica la forma en cómo se añadieron las variables indicadoras en los parámetros.

Naslund 1 con variables indicadoras,

$$At = 1.3 + \frac{Dn^2}{([\alpha_0 + \alpha_1 Z_1 + \alpha_2 Z_2] + [\beta_0 + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2] \cdot Dn)^2} \quad (1)$$

$$Z_1 = \begin{cases} 1, & \text{si pertenece a } G. aculeata \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases}, Z_2 = \begin{cases} 1, & \text{si pertenece a } G. angustifolia \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Donde: At es la altura total (m), Dn es el diámetro normal (cm), Z_i son las variables indicadoras, α_0 , β_0 son los parámetros de la regresión, α_1 , α_2 , β_1 , β_2 son los parámetros de regresión debido a la adicionalidad. *B. oldhamii* se consideró como la especie base en el modelo.

Para la técnica de MEM-NL, con base en Demidenko (2013), Mehtätalo y Lappi (2020) y Zhou *et al.* (2022) a los parámetros de efectos fijos de cada modelo se le incluyeron parámetros aleatorios, los primeros proporcionan información sobre la tendencia promedio, tal como lo hace MCO-NL, en tanto se asume que los parámetros aleatorios dan información sobre la variación en las relaciones $At-Dn$ entre los

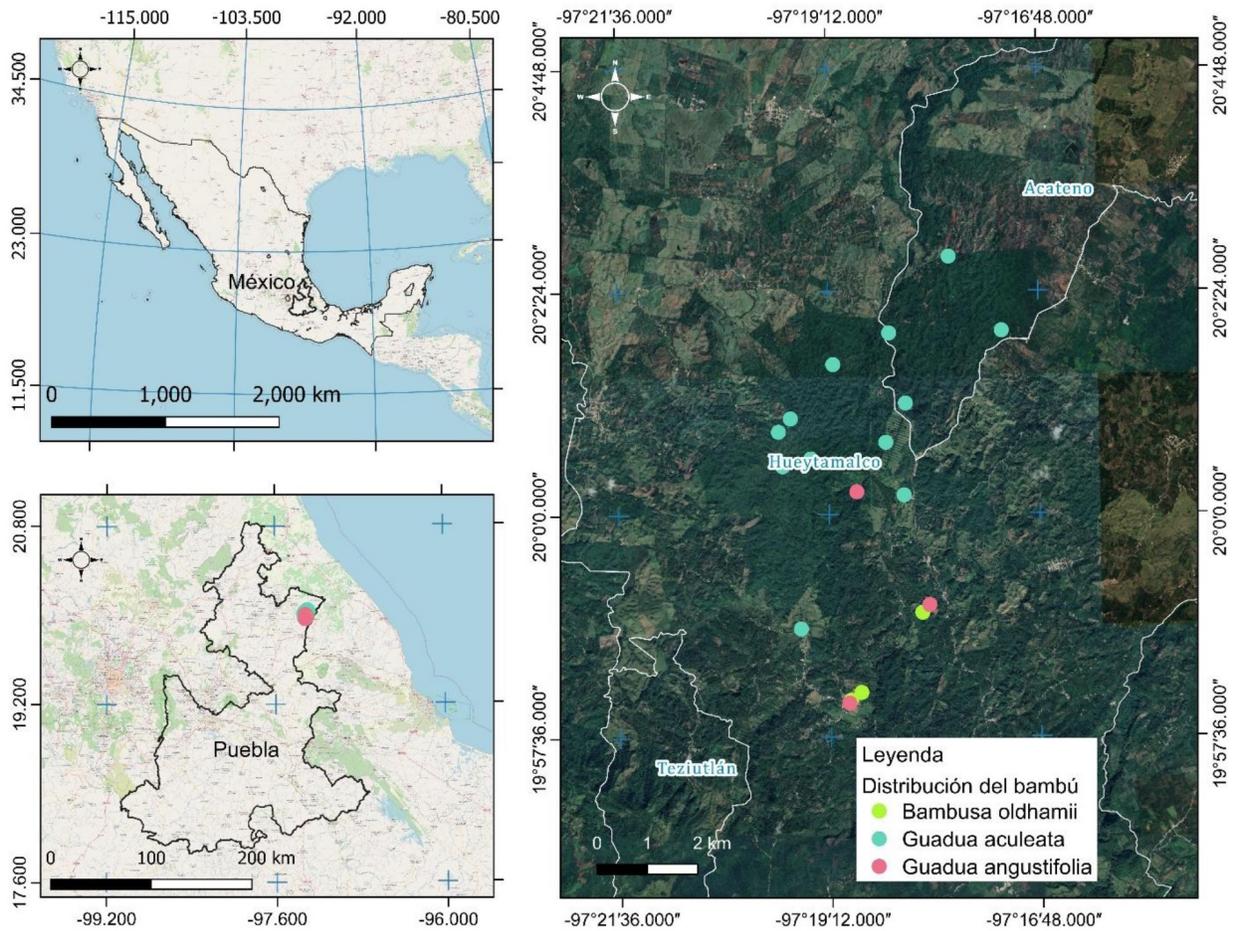


Figura 1. Ubicación de las plantaciones y rodales naturales de las especies de bambú estudiadas en Puebla, México.

Tabla 1. Estadísticas descriptivas de las variables diámetro medido a 1.3 m sobre el suelo (D_n) y de la altura total (A_t) para tres especies de bambú de la Sierra Nororiental de Puebla, México.

Variable	Especie	Mínimo	Media	Máximo	CV	Asimetría	Curtosis	EE
D_n	<i>Bambusa oldhamii</i>	4.50	9.14	12.40	96.3	-0.52	-1.11	0.41
	<i>Guadua aculeata</i>	3.50	10.52	13.80	29.5	-0.89	0.63	0.48
	<i>Guadua angustifolia</i>	3.85	8.66	13.45	33.9	-0.05	-1.34	0.54
A_t	<i>Bambusa oldhamii</i>	7.16	18.47	24.10	29.9	-0.80	-1.06	1.01
	<i>Guadua aculeata</i>	7.18	20.92	30.12	29.3	-0.73	-0.24	0.96
	<i>Guadua angustifolia</i>	6.83	16.40	22.76	24.3	-0.08	-0.63	0.73

CV (%): coeficiente de variación; EE: error estándar.

diferentes niveles del factor de agrupación establecido (Sharma *et al.* 2019, Pinheiro *et al.* 2022, Ogana *et al.* 2023), que en el presente estudio el factor de agrupación fue la especie de bambú.

La estructura matemática en forma matricial del modelo bajo la técnica de MEM-NL se definió con base en Bates y Pinheiro (1998), Bronisz y Mehtätalo

(2020) y Ogana (2022) mediante la expresión 2.

$$A_{t_{ij}} = f(D_{n_{ij}}; \theta_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

Donde $A_{t_{ij}}$ y $D_{n_{ij}}$ es la altura total y el diámetro normal del i -ésimo culmo, respectivamente, procedente del j -ésimo nivel de agrupación; θ_{ij} es un vector $r \times 1$ con r parámetros del modelo y específico del j -ésimo

Tabla 2. Modelos locales de *At-Dn* de dos y tres parámetros evaluados en culmos de bambú.

Modelo	Parámetros	Expresión	Etiqueta
Naslund 1	2	$At = 1.3 + \frac{Dn^2}{(\alpha + \beta \cdot Dn)^2}$	E1
Curtis	2	$At = 1.3 + \alpha \cdot \left(\frac{Dn}{1 + Dn}\right)^\beta$	E2
Michailoff	2	$At = 1.3 + \alpha \cdot e^{-\beta \cdot Dn^{-1}}$	E3
Naslund 2	2	$At = 1.3 + \frac{Dn^2}{(\alpha + e^{\beta \cdot Dn})^2}$	E4
Potencial	2	$At = 1.3 + \alpha \cdot Dn^\beta$	E5
Michaelis-Menten	2	$At = 1.3 + \frac{\alpha \cdot Dn}{\beta + Dn}$	E6
Logístico	3	$At = 1.3 + \frac{\alpha}{1 + \beta \cdot e^{-\theta \cdot Dn}}$	E7
Weibull	3	$At = 1.3 + \alpha \cdot (1 - e^{-\beta \cdot Dn^\theta})$	E8
Gompertz	3	$At = 1.3 + \alpha \cdot e^{-\beta \cdot e^{-\theta \cdot Dn}}$	E9

At: altura total; *Dn*: diámetro normal medido a 1.3 m sobre el suelo; α , β , θ : parámetros a estimar.

nivel de agrupación, este vector puede dividirse para los parámetros fijos y aleatorios como $\theta_{ij} = A_i \lambda + B_i b_i$; con A_i y B_i son la matriz de tamaño $r \times p$ y $r \times q$ para los efectos fijos y aleatorios, respectivamente, de cada nivel de agrupación; λ es el vector $p \times 1$ de los parámetros fijos; b_i es el vector $q \times 1$ de los parámetros aleatorios; p y q son la cantidad de parámetros fijos y aleatorios, respectivamente; ϵ_{ij} es el error aleatorio con media igual a cero y varianza constante.

Con la técnica de MEM-NL se utilizó a la especie como el factor de agrupación, similar al análisis efectuado por Cui *et al.* (2022) y Zhang *et al.* (2023), por lo que fueron tres los niveles de agrupación. La inclusión de los efectos aleatorios se realizó de manera independiente y combinada (Ecuación 3 y 4) en cada uno de los parámetros de los modelos (α , β y θ), el propósito fue encontrar la mejor combinación para lograr convergencia, significancia de parámetros y para explicar la relación *At-Dn* de las especies de bambú con errores bajos y comportamiento biológicamente realista.

Los parámetros aleatorios del mejor modelo se obtuvieron para cada nivel de agrupación con la función *ranef()* de la librería "nlme" de R, análogo a lo realizado por Cui *et al.* (2022) y Patrício *et al.* (2022), estos representan un valor de adición al combinarse con los parámetros fijos de la población para estimar la *At* de cada nivel de agrupación (especie) (Zang *et al.* 2016).

$$\text{Naslund 1, } At = 1.3 + \frac{Dn^2}{([\alpha + u_i] + \beta \cdot Dn)^2} \quad (3)$$

$$\text{Naslund 1, } At = 1.3 + \frac{Dn^2}{([\alpha + u_i] + [\beta + v_i] \cdot Dn)^2} \quad (4)$$

donde u_i y v_i son los parámetros aleatorios del i -ésimo nivel de agrupación.

La heterocedasticidad de residuales observada en el análisis previo antes referido se corrigió en los modelos para los dos métodos de ajuste, para ese efecto con base en Coutinho *et al.* (2021), Raptis *et al.* (2021) y Dutcă *et al.* (2022), se incluyó una estructura de tipo potencial referente al *Dn* para ponderar la varianza de los residuos, cuya estructura se muestra en la ecuación 5.

$$\text{Var}(\epsilon_i) = \sigma^2 |Dn_i|^{2\phi} \quad (5)$$

donde Dn_i es el diámetro normal del culmo i , ϕ es la potencia de la covariable para la varianza.

Los modelos *At-Dn* se evaluaron con base en tres criterios de bondad de ajuste: el sesgo promedio más pequeño (S), el menor valor de la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el valor mayor del coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) (Ercanli 2015, Ogana 2022). Para la selección del mejor modelo se utilizó el método propuesto por Poudel y Cao (2013) y usado por Tang *et al.* (2017), Ogana (2022) y Ogana y Ercanli (2022), que consiste en obtener el rango relativo de cada modelo para cada uno de los estadísticos de bondad de ajuste utilizados (Ecuación 6).

$$R_i = 1 + \frac{(m-1)(S_i - S_{min})}{S_{max} - S_{min}} \quad (6)$$

Donde: R_i representa el rango relativo de cada modelo i de *At-Dn* ($i = 1, 2, \dots, m$); m es el número de modelos; S_i es el estadístico de bondad de ajuste del modelo i ; S_{min} y S_{max} representan los valores mínimo y máximo del S_i , respetivamente.

Los rangos relativos para cada modelo evaluado se sumaron en los tres estadísticos de bondad de ajuste. En este sistema de clasificación, el modelo mejor tiene la menor suma de rangos relativos. La homocedasticidad de los residuos del modelo seleccionado se verificó a través de una gráfica de residuos vs predichos; adicionalmente, se realizó un análisis gráfico de los valores observados vs predichos, también se verificó la tendencia gráfica lógica de las curvas generadas con los modelos vs los datos observados (Crecente-Campo *et al.* 2010, Ercanli 2015, R Core Team 2021). Todos los análisis de ajuste estadístico y gráficos se realizaron con el programa R a través de las librerías “nlme” (Pinheiro *et al.* 2022) y “ggplot2” (Wickham 2009), respectivamente.

RESULTADOS

Los modelos evaluados explicaron entre el 81 y 83.7% de la variabilidad observada en *At* para las tres especies de bambú, mediante la técnica de ajuste de mínimos cuadrados ordinarios no lineales con inclusión de variables indicadoras (MCO-NL-VI). La técnica de modelos de efectos mixtos no lineales (MEM-NL) explicó entre el 78.1 y 83.2% de tal variabilidad. Los errores de estimación (REMC) fueron ligeramente más altos con la técnica de MEM-NL en comparación con el enfoque MCO-NL-VI (Tabla 3). Los resultados evidenciaron que los modelos con tres parámetros tuvieron un desempeño mejor para describir la relación *At-Dn*. Con base en el sistema de clasificación, el mejor modelo con el enfoque de MCO-NL-VI fue el E7, en tanto que con MEM-NL fue el E2 para estimar la *At* de las especies de bambúes. La diferencia en el estadístico de bondad de ajuste

(R^2_{adj}) del modelo E7 fue del orden de 1.3% superior con MCO-NL-VI, en comparación con lo determinado mediante la técnica de MEM-NL.

Los parámetros del modelo E7 seleccionado para MCO-NL-VI fueron significativos con $\alpha = 0.05$ (Tabla 4). Los resultados del ajuste con la técnica MCO-NL-VI (E7) indican que para estimar la *At* de *B. oldhamii* (Sp1) y *G. aculeata* (Sp2) se pueden utilizar los mismos valores de los parámetros del modelo. Para estimar la *At* en *G. angustifolia* (Sp3) se requieren valores diferentes en los parámetros β y θ . Con la técnica MEM-NL (E2) se obtuvieron los parámetros globales de la población y los aleatorios para cada especie que correspondieron a los tres niveles de agrupación (Tabla 4).

La gráfica de residuales estandarizados vs valores predichos presentó un patrón homocedástico alrededor de cero para los dos enfoques (Figura 2). El comportamiento gráfico al relacionar los valores observados contra valores predichos evidenció que el enfoque con MCO-NL-VI y MEM-NL tuvo un ajuste alto a los datos con valor de $R^2_{adj} = 0.84$, esto indica que ambos enfoques son capaces de describir la relación *At-Dn* en las especies de bambúes estudiadas (Figura 3).

La tendencia de crecimiento promedio de la altura total en función del diámetro normal que predice cada modelo seleccionado ajustado con MCO-NL-VI y MEM-NL se apega con fidelidad a la tendencia que revelan los datos observados, lo que sugiere que ambas estrategias de ajuste son capaces de reproducir el realismo biológico de crecimiento en bambúes gigantes (Figura 4). La *At* que predice el modelo Logístico (E7) con los mismos parámetros para *B. oldhamii* y *G. aculeata* en el intervalo de *Dn* observado sugiere un patrón en la curva de crecimiento de tipo sigmoidal. Para el mismo modelo, la especie *G. angustifolia* requiere de parámetros específicos (Figura 4a y Tabla 4).

La técnica de MEM-NL fue comparativamente más sensible porque los efectos aleatorios incluidos en ambos parámetros del modelo E2 evidenciaron que cada especie requiere de valores específicos (Tabla 4), la tendencia gráfica de las estimaciones de la *At* con este modelo no se apega a un patrón

Tabla 3. Estadísticos de bondad ajuste de los modelos evaluados con las técnicas MCO-NL-VI y MEM-NL.

Modelo	MCO-NL-VI					MEM-NL			
	R^2_{adj}	REMC	S	R	Pa	R^2_{adj}	REMC	S	R
E1	0.830	2.324	-0.008	8.1	(u_1, v_2)	0.828	2.341	-0.011	4.5
E2	0.832	2.312	0.005	9.7	(u_1, v_2)	0.832	2.310	0.006	3.4
E3	0.831	2.320	0.010	11.5	(u_1, v_2)	0.831	2.322	0.012	4.1
E4	0.830	2.324	-0.008	8.1	(u_1, v_2)	0.786	2.608	0.292	23.2
E5	0.827	2.345	-0.013	9.2	(u_1, v_2)	0.827	2.347	-0.015	4.7
E6	0.832	2.309	0.004	9.0	(u_1)	0.781	2.642	0.403	27.0
E7	0.835	2.280	0.005	6.8	(u_1, v_2)	0.826	2.351	0.010	5.4
E8	0.813	2.438	0.024	27.0	(u_1, v_2)	0.822	2.381	0.018	6.7
E9	0.835	2.293	0.006	7.8	(u_1, v_2)	0.829	2.330	0.008	4.4

R^2_{adj} : coeficiente de determinación ajustado; REMC: raíz del cuadrado medio del error; S: sesgo promedio; Pa: parámetro aleatorio; R: Valor del rango relativo de cada modelo.

Tabla 4. Parámetros fijos y aleatorios de los modelos E2 y E7 seleccionados por técnica de ajuste para estimar la altura total de culmos de tres especies de bambúes en función del diámetro normal.

Técnica y Modelo	Parámetros	Especie	Parámetro			Error estándar		
			α	β	θ	α	β	θ
MCO-NL-VI, E7	Fijo	Sp1	25.9352	14.3129	0.3819	1.4345	4.2801	0.0554
		Sp2		4.1834	0.2062		8.6657	0.1040
		Sp3		8.5865	-		6.7170	1.3599
	Aleatorio	Todas	43.8148	8.5865	-	6.7170	1.3599	-
		Sp1	12.0351	2.4157	-	-	-	-
		Sp2	1.4587	0.2925	-	-	-	-
MEM-NL, E2	Componentes de varianza	Sp3	-13.4938	-2.7082	-	-	-	-
		$\sigma^2_{u_1}$	10.9754 ²	-	-	-	-	-
		$\sigma^2_{v_1}$	2.2029 ²	-	-	-	-	-
		$cor(u_1, v_2)$	0.9930	-	-	-	-	-
		σ^2	1.9399 ²	-	-	-	-	-
	ϕ	0.0736	-	-	-	-	-	

Sp1: *Bambusa oldhamii*; Sp2: *Guadua aculeata*; Sp3: *Guadua angustifolia*. σ^2 : varianza estimada; ϕ : parámetro estimado para la potencia de la varianza.

de crecimiento sigmoidal (Figura 4b). Los modelos E2 y E7 seleccionados con las técnicas y estrategias de ajuste aplicadas reflejan una relación de la *At-Dn* lógica. En este estudio, la estrategia de MCO-NL-VI puede considerarse superior porque el modelo E7 presentó un menor error de estimación (REMC = 2.280 m) (Tabla 3), razón por la que tal modelo es el más apropiado para estimar la *At* de los taxones de bambú en la Sierra Nororiental de Puebla, México.

DISCUSIÓN

La relación *At-Dn* de tres taxones de bambúes se modeló satisfactoriamente con ecuaciones alométricas y modelos de crecimiento con las técnicas de ajuste MCO-NL-VI y MEM-NL. Los resultados destacan la robustez de la técnica de mínimos cuadrados ordinarios no lineales combinada con

la de variables indicadoras para ajustar los modelos candidatos. Con esta estrategia de ajuste se usó solo una base de datos (101 observaciones de las tres especies) que optimizó los grados de libertad y aumentó la precisión de las estimaciones del modelo E7; se detectaron valores específicos en los parámetros para *G. angustifolia* y comunes para *B. oldhamii* y *G. aculeata*, aspecto que coincide con Cortés-Sánchez *et al.* (2019).

La técnica de MEM-NL fue más sensible que la de MCO-NL-VI porque detectó valores específicos en cada especie como nivel de agrupación; en particular, entre los modelos ajustados, el E2 presentó la mejor capacidad predictiva, aunque fue superado por el modelo E7 ajustado por la técnica de MCO-NL-VI. Las ventajas teóricas adicionales que posee la técnica de MEM-NL referidas en Demidenko (2013) y Mehtätalo y Lappi (2020) no fue posible detectar-

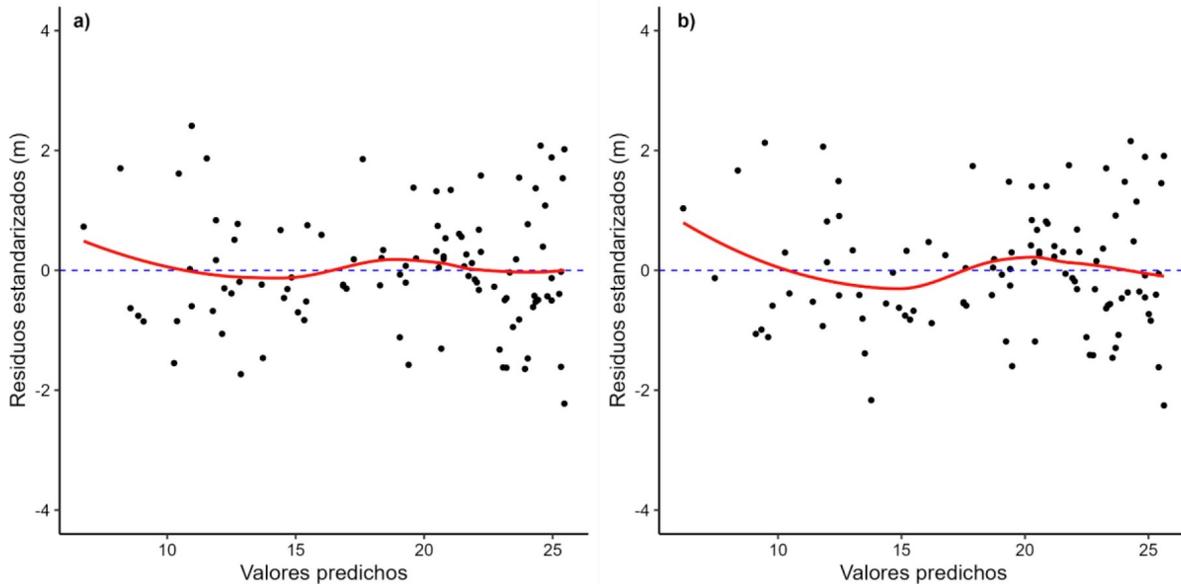


Figura 2. Distribución de los residuos estandarizados vs valores predichos de los modelos seleccionados: a) E7 para MCO-NL-VI, b) E2 para MEM-NL. La línea roja representa el comportamiento promedio de los residuos.

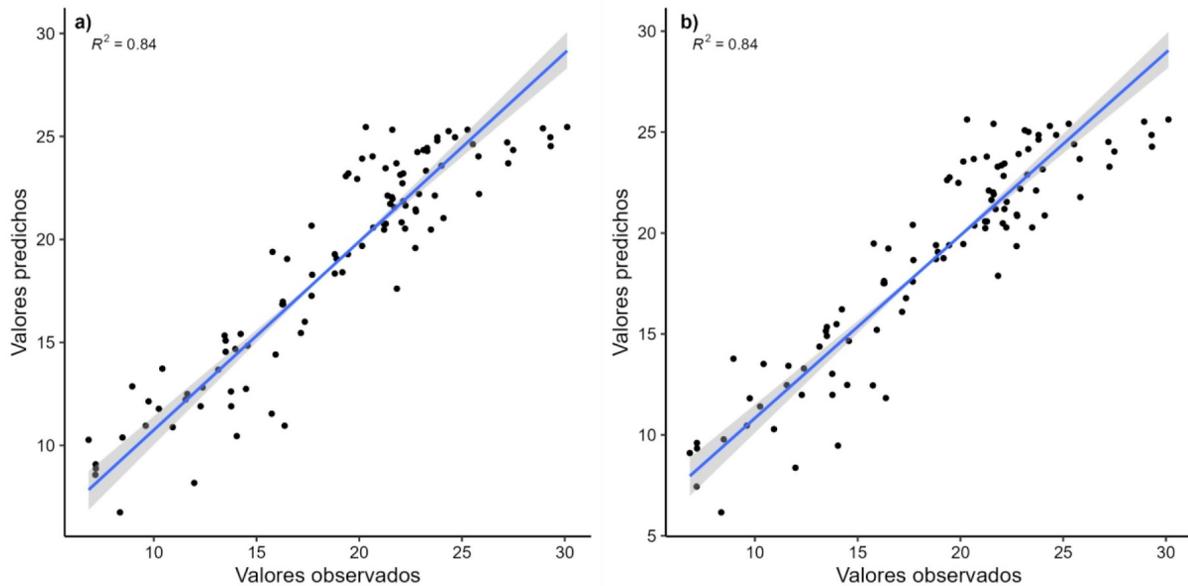


Figura 3. Relación de los valores observados vs valores predichos de los modelos seleccionados: a) E7 para MCO-NL-VI, b) E2 para MEM-NL.

las porque no se tuvieron muestras adicionales para predecir la *At* de las especies de bambú estudiadas. El método aplicado para evaluar la eficiencia de los modelos basado en valores del rango relativo de cada modelo que involucra a los tres estadísticos de bondad de ajuste usados, clasificó a los modelos E2 y

E7 como modelos plausibles para estimar la altura de *B. oldhamii*, *G. aculeata* y *G. angustifolia* de la Sierra Nororiental de Puebla. Este mismo criterio de selección también fue aplicado por Shen *et al.* (2020) e identificaron al modelo de crecimiento Logístico para estimar la *At* de *Phyllostachys heterocycla*

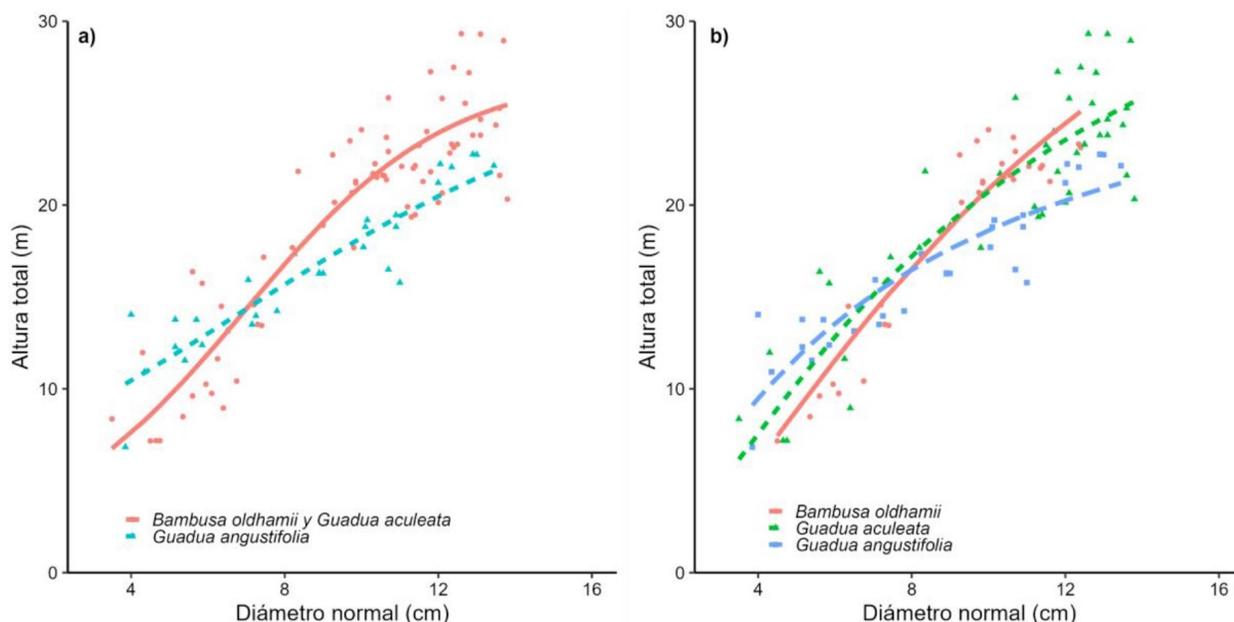


Figura 4. Comportamiento de la relación $At-Dn$ observada vs tendencias promedio generada con los modelos seleccionados: a) E7 para MCO-NL-VI, b) E2 para MEM-NL.

Mitf.

La distribución gráfica de los errores en la estimación de la At por categoría diamétrica con los modelos E2 y E7 bajo las dos técnicas de ajuste, muestra que los errores más altos se presentan tanto en los culmos delgados (< 7 cm) como en los más gruesos (> 13 cm), lo cual puede deberse a que en esas categorías de diámetro el número de observaciones fue reducido (Figura 5). Los menores errores en la inferencia de la At se presentaron en diámetros de 8 a 12 cm (Figura 5b), aspecto que es conveniente porque aproximadamente el 57% de los culmos maduros comerciales en los rodales de bambú presenta estos diámetros (Ordóñez-Prado et al. 2022). Los resultados de este trabajo son congruentes con los hallazgos de Inoue et al. (2011, 2013), quienes estudiaron la relación $At-Dn$ en culmos de *Phyllostachys pubescens* Mazel ex Houz., *P. bambusoides* Sieb. et Zucc. y *P. nigra* var. *henonis* a través de la comparación del ajuste de 23 modelos alométricos. Determinaron que la At de *P. pubescens* y *P. nigra* se puede estimar mediante un modelo recíproco de la At y del Dn ; para estimar la At de *P. bambusoides* el mejor modelo fue

uno de tipo alométrico potencial. Para estimar la At en culmos de *P. edulis* J.Houz, Gao et al. (2016) seleccionaron un modelo potencial. Las evidencias referidas permiten ratificar que los modelos alométricos y de crecimiento son factibles de utilizar para modelar la altura total en función del diámetro normal en especies de bambú. Los valores de la REMC en los estudios citados variaron de 0.8 a 1.57 m que son menores a los encontrados en el presente estudio de 2.28 m para el modelo E7 y de 2.64 m para el E2 ajustados por MCO-NL-VI y MEM-NL, respectivamente. Estas diferencias pueden estar explicadas por las dimensiones en At que alcanzan los géneros *Bambusa* y *Guadua*, la cual puede llegar a ser de hasta 30 m (Tabla 1), en tanto que el género *Phyllostachys* se mantiene entre 15 a 20 m de At en los rodales y sitios donde la información fue colectada (Gao et al. 2016). Otros factores que contribuyen a explicar tales diferencias pueden estar relacionados al origen y número de observaciones utilizados en los diferentes estudios, así como a las técnicas de ajuste aplicadas.

El modelo $At-Dn$ etiquetado como E7 ajustado mediante la técnica de MCO-NL-VI (Tabla 4) se suma

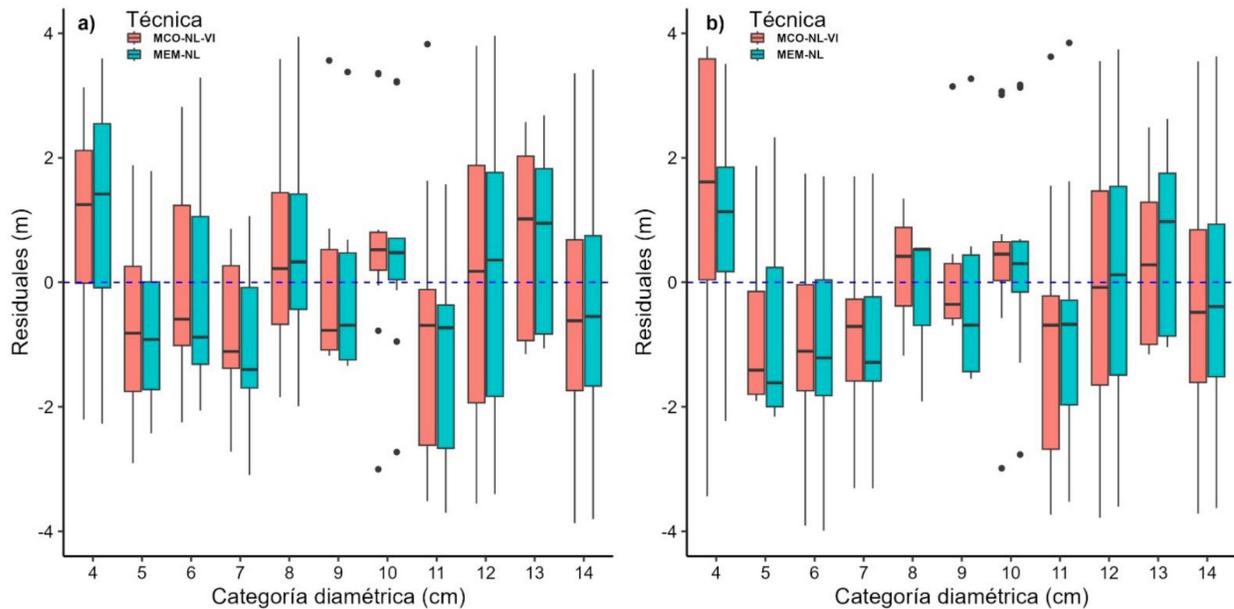


Figura 5. Comportamiento gráfico de los errores de estimación por categoría diamétrica de los modelos seleccionados a) Modelo E2 y b) Modelo E7.

a la literatura sobre ecuaciones matemáticas para estimar la At en función del Dn de culmos de bambú (Inoue *et al.* 2011, 2013, Gao *et al.* 2016), sobre todo, para bambúes gigantes de bosques naturales y plantaciones.

Al explorar la técnica de MEM-NL se utilizó a la especie como factor de agrupación. Esta técnica mostró resultados adecuados en la predicción de la At en función de Dn , lo cual concuerda con el estudio de Zhou *et al.* (2022) quienes emplearon esta técnica para estimar la altura a la base de la copa de *P. heterocycla* Matsum. y determinaron que la inclusión de efectos aleatorios mejoró significativamente la predicción de la At . Futuros estudios deberán explorar variables relacionadas al suelo, clima, orografía o bien variables de estado del rodal, las cuales pueden utilizarse como factores de agrupación con diferentes niveles para generar modelos At - Dn de tipo generalizados (Santiago-García *et al.* 2020, Ogana 2022, Xie *et al.* 2022).

El modelo E7 tiene la mayor capacidad predictiva para estimar la altura total de culmos de los bambúes estudiados, con estructura matemática simple para su utilización práctica, rápida y económica. Este

modelo puede tener amplia aplicación en el manejo y aprovechamiento comercial del bambú, así como en la realización de inventarios de volumen, biomasa y reservorios de carbono. Un ejemplo de su uso práctico e inmediato puede ilustrarse con los modelos para estimar el volumen aparente (v) del culmo reportados por Ordóñez-Prado *et al.* (2023), los cuales requieren de valores del Dn y de la At , la estructura matemática corresponde al modelo de Schumacher-Hall como: $v = \alpha_0 \cdot Dn^{\alpha_1} \cdot At^{\alpha_2}$, donde $\alpha_0 = 0.000056$, $\alpha_1 = 2.021715$ y $\alpha_2 = 0.877979$ para *G. aculeata* y *G. angustifolia*, mientras que en *B. oldhamii*, α_1 toma el valor de 2.021715, y valores de los otros parámetros son como antes se indicó.

Para la estimación de biomasa, Castañeda-Mendoza *et al.* (2005), Aguirre-Cadena *et al.* (2018) y Ordóñez-Prado *et al.* (2022) reportan modelos de tipo exponencial para culmos de *B. oldhamii*, *G. angustifolia* y *G. aculeata* respectivamente. Estos modelos utilizan al Dn como variable predictora, pero el uso de la variable combinada ($Dn \cdot At$) a desarrollar en el futuro podría mejorar la precisión de las estimaciones.

La At de culmos comerciales también es útil para generar escenarios de distribución de produc-

tos, puesto que la comercialización de culmos en su forma redonda en la industria de la construcción se realiza en metros lineales (Ordóñez-Prado *et al.* 2023), la determinación de la *At* cobra mayor relevancia y es notoria la necesidad de disponer de herramientas biométricas que estimen esta variable con precisión aceptable. Los modelos *At-Dn* pueden reducir el tiempo de trabajo en campo para realizar inventarios de volumen y biomasa en taxones gigantes de bambú de rodales naturales o de plantaciones comerciales.

CONCLUSIONES

Los modelos matemáticos de la relación altura total-diámetro normal generalmente utilizados para estimar la altura de árboles, también pueden ser utilizados en la estimación de alturas de culmos de bambúes gigantes con errores bajos. El modelo de

crecimiento Logístico ajustado a través de mínimos cuadrados ordinarios no lineales en combinación con la técnica de variables indicadoras presentó la capacidad predictiva mayor para estimar la altura total de los culmos de las especies gigantes de bambú *B. oldhamii*, *G. aculeata* y *G. angustifolia*. Las ecuaciones generadas son herramientas biométricas confiables para estimar la altura de culmos de bambú en plantaciones y rodales naturales en la región de Puebla, México.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al productor y propietario de PFC de bambú, Sr. Amado Martínez por la donación de culmos de los bambúes *B. oldhamii* y *G. angustifolia* utilizados en la realización de la presente investigación.

LITERATURA CITADA

- Abedi R, Abedi T (2020) Some non-linear height-diameter models performance for mixed stand in forests in Northwest Iran. *Journal of Mountain Science* 17: 1084-1095. DOI: 10.1007/s11629-019-5870-4.
- Aguirre-Cadena JF, Cadena-Iñiguez J, Ramírez-Valverde B, Juárez-Sánchez JP, Caso-Barrera L, Martínez-Carrera DC (2018) Sistemas de producción de Bambú (*Guadua angustifolia* Kunth y *Bambusa oldhamii* Munro) en la Sierra Nororiental del de Puebla, México. *Agro Productividad* 11: 167-175. DOI: 10.32854/agrop.v11i8.1114.
- Bates DM, Pinheiro JC (1998) Linear and nonlinear mixed-effects models. *Conference on Applied Statistics in Agriculture*. <https://newprairiepress.org/cgi/viewcontent.cgi?article=1273&context=agstatconference>. Fecha de consulta: 9 de marzo de 2023.
- Bronisz K, Mehtätalo L (2020) Mixed-effects generalized height-diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. *Forest Ecology and Management* 460: 1-9. DOI: 10.1016/j.foreco.2020.117901.
- Camargo-García JC, Arango-Arango AM y Trinh L (2023) The potential of bamboo forests as a carbon sink and allometric equations for estimating their aboveground biomass. *Environment, Development and Sustainability* 1-29. DOI: 10.1007/s10668-023-03460-1.
- Camarillo-Cuenca AY, León-Merino A, Sangerman-Jarquín DM, Hernández-Juárez M, Zamora-Martínez MC (2020) Aspectos socioeconómicos del aprovechamiento del bambú en una comunidad rural de Veracruz, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 11: 33-54. DOI: 10.29298/rmcf.v11i62.815.
- Castañeda-Mendoza A, Vargas-Hernández J, Gómez-Guerrero A, Valdez-Hernández JI, Vaquera-Huerta H (2005) Acumulación de carbono en la biomasa aérea de una plantación de *Bambusa oldhamii*. *Agrociencia* 39: 107-116.
- Ceccon E, Gómez-Ruiz PA (2019) Las funciones ecológicas de los bambúes en la recuperación de servicios ambientales y en la restauración productiva de ecosistemas. *Revista Biología Tropical* 67: 679-691.

- CONAFOR (2022) Reglas CONAFOR de operación 2023 del programa Desarrollo Forestal Sustentable para el Bienestar. Diario Oficial. <https://www.conafor.gob.mx/apoyos/docs/adjuntos/c973f53fba23d9b486bd63939008b358.pdf>. Fecha de consulta: 9 de marzo de 2023.
- Corral-Rivas S, Silva-Antuna AM, Quiñonez-Barraza G (2019) Modelo generalizado no-lineal altura-diámetro con efectos mixtos para siete especies de *Pinus* en Durango, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 10: 86-117.
- Cortés-Sánchez BG, Ángeles-Pérez G, Santos-Posadas HM, Ramírez-Maldonado H (2019) Ecuaciones alométricas para estimar biomasa en especies de encino en Guanajuato, México. *Madera y Bosques*, 25(2). DOI: 10.21829/myb.2019.2521799.
- Coutinho VM, de Oliveira TWG, Fiorentin LD, Sanquetta MNI, Sanquetta CR, Corte APD (2021) How to estimate black wattle aboveground biomass from heteroscedastic data?. *Floresta* 51: 028-036.
- Crecente-Campo F, Tomé M, Soares P, Diéguez-Aranda U (2010) A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management* 259: 943-952.
- Cui K, Wu X, Zhang C, Zhao X, Gadow Kv (2022) Estimating height-diameter relations for structure groups in the natural forests of Northeastern China. *Forest Ecology and Management* 519: 120298. DOI: 10.1016/j.foreco.2022.120298.
- Demidenko E (2013) *Mixed models: Theory and applications with R*. Second edition. John Wiley & Sons. Hoboken, NJ, USA. 717p.
- Duan G, Gao Z, Wang Q, Fu L (2018) Comparison of different height-diameter modelling techniques for prediction of site productivity in natural uneven-aged pure stands. *Forests* 9(2): 63. DOI: 10.3390/f9020063.
- Dutcă I, McRoberts RE, Næsset E, Blujdea VN (2022) Accommodating heteroscedasticity in allometric biomass models. *Forest Ecology and Management* 505: 119865. DOI: 10.1016/j.foreco.2021.119865.
- Ercanli İ (2015) Nonlinear mixed effect models for predicting relationships between total height and diameter of Oriental beech trees in Kestel, Turkey. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 21(1): 185-202.
- Fonseca-González W, Rojas-Vargas M (2016) Biomass and carbon accumulation and prediction in bamboo plantations in Costa Rica. *Ambiente y Desarrollo* 20: 85-98.
- Gao X, Li Z, Yu H, Jiang Z, Wang C, Zhang Y, Qi L, Shi L (2016) Modeling of the height-diameter relationship using an allometric equation model: a case study of stands of *Phyllostachys edulis*. *Journal of Forestry Research* 27: 339-347.
- García E (2004) *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen*. Instituto de Geografía, Universidad Nacional Autónoma de México. 98p.
- García-Cuevas X, Hernández-Ramos J, Tamarit-Urias JC, Hernández-Ramos A, Buendía-Rodríguez E (2022) Modelo local altura-diámetro para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 13(73). DOI: 10.29298/rmcf.v13i73.1199.
- García-Soria D, Abanto-Rodríguez C, Del Castillo-Torres D (2015) Determinación de ecuaciones alométricas para la estimación de biomasa aérea de *Guadua sarcocarpa* Londoño & P. M. Peterson de la comunidad nativa Bufe Pozo, Ucayali, Perú. *Folia Amazónica* 24: 139-144.

- Guerra-De la Cruz V, Islas-Gutiérrez F, Flores-Ayala E, Acosta-Mireles M, Buendía-Rodríguez E, Carrillo-Anzures F, Tamarit-Urías JC, Pineda-Ojeda T (2019) Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa, Tlaxcala. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 10: 133-156.
- Hernández-Ramos J, Tamarit-Urías JC, García-Cuevas X, Hernández-Ramos A, Reynoso-Santos R, Reyes-Hernández V (2019) Modelos alométricos altura-diámetro para *Bucida buceras* (pukté) en Quintana Roo, México. Bosque 40: 267-276. DOI: 10.4067/S0717-92002019000300267.
- Hernández-Santiago A, Torres-Hoyos D (2020) Sistema constructivo con *Guadua aculeata* para la producción social de la vivienda. Ciencia 22: 57-71. DOI: 10.24133/ciencia.v22i1.1290.
- Huy B, Long TT (2019) A manual for bamboo forest biomass and carbon assessment. Technical Report. International Bamboo and Rattan Organization (INBAR). Beijing, China. 155p.
- INBAR (2014) El bambú: un recurso estratégico para que los países reduzcan los efectos del cambio climático, Red Internacional del Bambú y el Ratán. Pekín 100102, República Popular China. <https://www.inbar.int/wp-content/uploads/2020/05/1491016275.pdf>. Fecha de consulta: 9 de marzo de 2023.
- Inoue A, Kunisaki T, Kitahara F, Suga H (2011) Modeling height-diameter relationship for bamboo, *Phyllostachys bambusoides*. Bamboo Journal 28: 1-9. DOI: 10.1007/s11676-015-0145-6.
- Inoue A (2013) Culm form analysis for bamboo, *Phyllostachys pubescens*. Journal of forestry research 24: 525-530. DOI: 10.1007/s11676-013-0383-4.
- Inoue A, Sakamoto S, Suga H, Kitazato H, Sakuta K (2013) Construction of one-way volume table for the three major useful bamboos in Japan. Journal of Forestry Research 18: 323-334. DOI: 10.1007/s10310-012-0366-x.
- Lebedev A, Kuzmichev V (2020) Verification of two-and three-parameter simple height-diameter models for birch in the European part of Russia. Journal of Forest Science 66: 375-382. DOI: 10.17221/76/2020-JFS.
- Liu M, Feng Z, Zhang Z, Ma C, Wang M, Lian BL, Zhang L (2017) Development and evaluation of height diameter at breast models for native Chinese Metasequoia. PloSONE 12(8): e0182170. DOI: 10.1371/journal.pone.0182170.
- Lombardo E (2022) An overview of bamboo cultivation in Southern Italy. Advances in Bamboo Science 1: 100002. DOI: 10.1016/j.bamboo.2022.100002.
- Magalhães TM (2017) Site-specific height-diameter and stem volumen equations for Lebombo-ironwood. Annals of Forest Research 60: 297-312. DOI: 10.15287/afr.2017.838.
- Mehtätalo L, Kansanen K (2022) lmfor: Functions for Forest Biometrics. R package version 1.6, <<https://CRAN.R-project.org/package=lmfor>>. Fecha de consulta: 9 de febrero de 2023.
- Mehtätalo L, Lappi J (2020) Biometry for forestry and environmental data: With examples in R. First edition. Chapman and Hall/CRC. Boca Raton, FL, USA. 411p.
- Mehtätalo L, de-Miguel S, Gregoire TG (2015) Modeling height-diameter curves for prediction. Canadian Journal of Forest Research 45: 826-837.
- Miranda-Leão F, Mendes-Nascimento RG, Emmert F, Alves-Santos GG, Moraes-Caldeira NA, Souza-Miranda I (2021) How many trees are necessary to fit an accurate volume model for the Amazon forest? A site-dependent analysis. Forest Ecology and Management 480: 118652. DOI: 10.1016/j.foreco.2020.118652.

- Montgomery DC, Runger GC (2018) Applied statistics and probability for engineers. 7th ed. Hoboken, Wiley. NJ, USA. 720p.
- Muñoz-Flores HJ, Sáenz-Reyes J, Hernández-Ramos J, Orozco-Gutiérrez G, Barrera-Ramírez R (2021) Plantación de cuatro especies de bambú establecidas en el trópico seco de Michoacán, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 12: 45-66. DOI: 10.29298/rmcf.v12i65.788.
- Ogana FN (2022) A mixed-effects height-diameter model for *Gmelina arborea* Roxb stands in Southwest Nigeria. *Journal of Forest Research* 27(1): 1-7. DOI: 10.1080/13416979.2021.1989131.
- Ogana FN, Ercanli I (2022) Modelling height-diameter relationships in complex tropical rain forest ecosystems using deep learning algorithm. *Journal of Forestry Research* 33: 883-898. DOI: 10.1007/s11676-021-01373-1.
- Ogana FN, Holmström E, Sharma RP, Langvall O, Nilsson U (2023) Optimizing height measurement for the long-term forest experiments in Sweden. *Forest Ecology and Management* 532: 120843. DOI: 10.1016/j.foreco.2023.120843.
- Ordóñez-Prado C, Tamarit-Urias JC, Buendía-Rodríguez E, Orozco-Gutiérrez G (2022) Estimación e inventario de biomasa y carbono del bambú nativo *Guadua aculeata* Rupr. en Puebla, México. *Tropical and Subtropical Agroecosystems* 25(2). DOI: 10.56369/tsaes.3787.
- Ordóñez-Prado C, Tamarit-Urias JC, Nava-Nava A, Acosta-Rodríguez M, Fuentes-López ME (2023) Mathematical system based on taper functions for distribution by structural product of culms in three giant bamboo taxa. *Forest systems* 32(2): e010. DOI: 10.5424/fs/2023322-19641.
- Patrício MS, Dias CR, Nunes L (2022) Mixed-effects generalized height-diameter model: A tool for forestry management of young sweet chestnut stands. *Forest Ecology and Management* 514: 120209. DOI: 10.1016/j.foreco.2022.120209.
- Pérez-García N, Rueda-González M, Rojo-Martínez GE, Martínez-Ruiz R, Ramírez-Valverde B, Juárez-Sánchez JP (2009) El bambú (*Bambusa* spp.) como sistema agroforestal: Una alternativa de desarrollo mediante el pago por servicios ambientales en la sierra nororiental del Estado de Puebla. *Ra Ximhai* 5: 35-346.
- Pinheiro J, Bates D, R Core Team (2022) nlme: Linear and nonlinear mixed effects models. In <https://CRAN.R-project.org/package=nlme>. Fecha de consulta 9 de febrero de 2023.
- Poudel KP, Cao QV (2013) Evaluation of methods to predict Weibull parameters for characterizing diameter distributions. *Forest Science* 59: 243-252. DOI: 10.5849/forsci.12-001.
- Quiñonez-Barraza G, Zhao D, De los Santos-Posadas HM (2020) Height-diameter-age equation systems for *Pinus arizonica* Engelman and *Pinus durangensis* Martinez in mixed-species stands in Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 26: 221-240. DOI: 10.5154/r.rchscfa.2019.07.057.
- R Core Team (2021) R: A language and environment for statistical computing. In R Foundation for Statistical Computing. <https://www.r-project.org/>. Fecha de consulta 9 de febrero de 2023.
- Raptis DI, Kazana V, Onisiforou N, Stamatiou C, Kazaklis A (2021) Height Allometry of *Pinus nigra* Arn. in Troodos National Forest Park, Cyprus. *Sustainability* 13(11): 5998. DOI: 10.3390/su13115998.
- Rubio-Camacho EA, Corral-Rivas S, López-Hernández JA, Chávez-Durán ÁA, Xelhuanzi-Carmona J, Nagel J (2022) Generalized height-diameter models with random effects for natural forests of central Mexico. *CERNE* 28: e-103033. DOI: 10.1590/01047760202228013033.
- Ruiz-Sánchez E (2019) Los bambúes de México: diversidad, conservación y uso. *Biodiversitas* 143: 13-16.

- Santiago-García W, Jacinto-Salinas AH, Rodríguez-Ortiz G, Nava-Nava A, Santiago-García E, Ángeles-Pérez G (2020) Generalized height-diameter models for five pine species at Southern Mexico. *Forest Science and Technology* 16: 49-55. DOI: 10.1080/21580103.2020.1746696.
- Seki M, Sakici OE (2022) Ecoregion-based height-diameter models for Crimean pine. *Journal of Forest Research* 27: 36-44. DOI: 10.1080/13416979.2021.1972511.
- Sharma RP, Vacek Z, Vacek S (2016) Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic. *Journal of Forest Science* 62: 470-484. DOI: 10.17221/41/2016-JFS.
- Sharma RP, Vacek Z, Vacek S, Kučera M (2019) Modelling individual tree height-diameter relationships for multi-layered and multi-species forests in central Europe. *Trees* 33: 103-119. DOI: 10.1007/s00468-018-1762-4.
- Shen C, Feng Z, Chen P, Chen S, Ullah T (2020) Research and evaluation of growth rate model for native chinese moso bamboo. *Applied Ecology & Environmental Research* 18: 1459-1470. DOI: 10.15666/aeer/1801_1459_1470.
- Tang C, Wang CS, Pang SJ, Zhao ZG, Guo JJ, Lei YC, Zeng J (2017) Stem taper equations for *Betula alnoides* in South China. *Journal of Tropical Forest Science* 80-92. DOI: 10.1016/j.tfp.2020.100003.
- Xie L, Widagdo FRA, Miao Z, Dong L, Li F (2022) Evaluation of the mixed-effects model and quantile regression approaches for predicting tree height in larch (*Larix olgensis*) plantations in northeastern China. *Canadian Journal of Forest Research* 52: 309-319. DOI: 10.1139/cjfr-2021-0184.
- Zang H, Lei X, Zeng W (2016) Height-diameter equations for larch plantations in northern and northeastern China: a comparison of the mixed-effects, quantile regression and generalized additive models. *Forestry: An International Journal of Forest Research* 89: 434-445. DOI: 10.1093/forestry/cpw022.
- Zhang Z, Wang T, Skidmore AK, Cao F, She G, Cao L (2023) An improved area-based approach for estimating plot-level tree DBH from airborne LiDAR data. *Forest Ecosystems* 10: 100089. DOI: 10.1016/j.fecs.2023.100089.
- Zhou X, Zheng Y, Guan F, Sharma RP, Zhang X, Zhou Y (2022) Nonlinear mixed-effects height to crown base model for Moso Bamboo (*Phyllostachys heterocycla* (Carr.) Mitford cv. *Pubescens*) in Eastern China. *Forests* 13: 823. DOI: 10.3390/f13060823.
- Zhou X, Zhou Y, Zhang X, Sharma RP., Guan F, Fan S, Liu G (2023) Two-level mixed-effects height to crown base model for moso bamboo (*Phyllostachys edulis*) in Eastern China. *Frontiers in Plant Science* 14: 1095126. DOI: 10.3389/fpls.2023.1095126.
- Wickham, H (2009) Getting started with qplot. In *ggplot2. R. Use R.* Springer, New York, NY. DOI: 10.1007/978-0-387-98141-3_2.