

Índice de sitio en plantaciones forestales de *Pinus oocarpa* Shiede en Michoacán, México

Pinus oocarpa Shiede site index of forest plantations in Michoacán, Mexico

Xavier García-Cuevas^{1*} , Raúl Enrique Rodríguez-Medina² , Jonathan Hernández-Ramos³ ,
Hira Ruiz-Duque² , Adrián Hernández-Ramos⁴ , José Trinidad Sáenz-Reyes⁵ 

¹Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-Campo Experimental Chetumal. Km 25 Carretera Chetumal-Bacalar. CP. 77963. Xul Ha, Othón P. Blanco, Quintana Roo, México.

²Ejido Verde S. A. P. I. de C. V. Guillermo Prieto 206, Industrial. CP. 58130. Morelia, Michoacán, México.

³Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-Campo Experimental Celaya. Carretera Celaya San Miguel de Allende. Kilómetro 6.5. CP. 38010. Celaya, Guanajuato, México.

⁴Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-Campo Experimental Saltillo. Saltillo, Carretera Saltillo – Zacatecas. Km.342+119 No. 9515, Hacienda de Buena Vista. CP. 25315. Saltillo, Coahuila, México.

⁵Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias-Campo Experimental Uruapan. Av. Latinoamericana No.1110. Col. Revolución. CP. 60150. Uruapan del Progreso, Michoacán, México.

*Autor de correspondencia: xavier_garciacuevas@yahoo.com.mx

Artículo científico

Recibido: 03 de mayo 2023

Aceptado: 07 de febrero 2024

RESUMEN. La altura dominante de los árboles de un sitio es un indicador indirecto de la productividad de los suelos forestales y se le denomina calidad de estación, la cual se mide a través del índice de sitio. El objetivo fue ajustar modelos de altura dominante en función de la edad con enfoque de modelos de efectos mixtos para generar curvas de índice de sitio en plantaciones forestales de *Pinus oocarpa* Shiede en Ario de Rosales, Michoacán, México. Con 1 773 pares de datos altura dominante-edad de plantaciones forestales de entre dos a 20 años y relictos de 56 años, se ajustaron cinco modelos de crecimiento para elegir uno base. El modelo de Weibull se ajustó por modelos de efectos mixtos con la parcela como covariable aditiva en el parámetro relacionado al sitio. La curva guía en altura dominante y las curvas polimórficas cubren adecuadamente la variabilidad muestral de la información y representan de forma confiable la productividad del sitio donde crecen estas plantaciones. El sesgo y la validación de los resultados mostró confiabilidad en las estimaciones. El turno técnico en altura dominante está entre cinco y 15 años de acuerdo con su calidad de estación. Con estos resultados es posible realizar la clasificación de las plantaciones forestales de *Pinus oocarpa* de manera confiable y acorde con el nivel de productividad de cada sitio de establecimiento.

Palabras clave: Productividad, modelos, efectos mixtos, anamórficas, polimórficas.

ABSTRACT. The dominant height of the trees in a site is an indirect indicator of the productivity of forest soils is called station quality, which is measured through the site index. The aim of this study was to fit Ad models as a function of age with a mixed effects modeling approach to generate site index curves in forest plantations of *Pinus oocarpa* Shiede in Ario de Rosales, Michoacán, Mexico. With 1 773 pairs of forest plantation dominant height-age data from two to 20 years old and 56 years old relicts, five growth models were fitted to choose a base model. The Weibull model was fitted by mixed effects modeling with the plot as an additive covariate in the site-related parameter. The dominant height guide curve and the polymorphic curves adequately cover the sample variability of the information and reliably represent the productivity of the site where these plantations grow. The bias and validation of the results showed reliability in the estimates. The technical shift in dominant height is between 5 and 15 years according to the quality of the season. With these results, it is possible to classify *Pinus oocarpa* forest plantations reliably and according to the level of productivity of each establishment site.

Keywords: Productivity, models, mixed effects, anamorphic, polymorphic.

Como citar: García-Cuevas X, Rodríguez-Medina RE, Hernández-Ramos J, Ruiz-Duque H, Hernández-Ramos A, Sáenz-Reyes JT (2024) Índice de sitio en plantaciones forestales de *Pinus oocarpa* Shiede en Michoacán, México. Ecosistemas y Recursos Agropecuarios 11(1): e3765. DOI: 10.19136/era.a11n1.3765.

INTRODUCCIÓN

La altura dominante de los árboles dentro de un rodal o plantación coetánea a una edad determinada, es un indicador indirecto de la productividad de los suelos forestales y se determina con el promedio de una muestra representativa de los árboles más altos del rodal coetáneo (Clutter *et al.* 1983, Fu *et al.* 2018). Además, la altura dominante es el reflejo de la convergencia de las diversas condiciones ambientales que influyen en el crecimiento de los árboles (Torres y Magaña 2001, Martínez-Zurimendi *et al.* 2015, Hernández-Ramos *et al.* 2022).

A la productividad de los suelos forestales se le denomina calidad de sitio o de estación y es comúnmente usada para clasificar rodales o plantaciones uniespecíficas y coetáneas a través de la metodología del índice de sitio, el cual lo podemos definir como la altura dominante que alcanza el rodal o plantación forestal a una edad base (Nava-Nava *et al.* 2020, Hernández-Ramos *et al.* 2022, García-Cuevas *et al.* 2022). Esto debido a que, la altura dominante es poco afectada por la densidad, las intervenciones silvícolas y tiene alta correlación con la producción total de un rodal óptimamente ocupado (Torres y Magaña 2001).

La calidad del sitio se refiere a la capacidad que sustenta un bosque para producir biomasa y está compuesta por todos los atributos físicos y químicos de una zona boscosa, incluyendo el suelo, topografía y clima. Características del sitio tales como: profundidad, textura y fertilidad del suelo; pendiente, aspecto y elevación; y precipitación, temperatura y duración de la temporada de crecimiento; todos se combinan para influir en qué tan bien crecen los árboles (DeYoung 2024). Mientras que Santiago-García *et al.* (2020) y Hernández-Ramos *et al.* (2022) indican que el índice de sitio permite la clasificación de la productividad de áreas arboladas con base en la altura dominante y es útil para el manejo de rodales forestales, aplicando tratamientos de acuerdo con las condiciones de desarrollo de las masas en las diferentes áreas, lo cual permite identificar zonas óptimas o con vocación forestal para el establecimiento de plantaciones forestales. Mientras que la Sociedad de Silvicultores Americanos define el sitio como un área considerada en términos de su propio entorno, la cual determina el tipo y calidad de la vegetación que puede sustentar. Los administradores de bosques y recursos naturales utilizan mediciones del sitio para identificar la productividad potencial de una masa forestal y proporcionar un marco de referencia comparativo para generar opciones de manejo. Este potencial o capacidad productiva se le denomina calidad del sitio (Kiernan 2023). La evaluación de la calidad de sitio se realiza por métodos indirectos basados en modelos de crecimiento que predicen la altura dominante en función de la edad (Murillo-Brito *et al.* 2017) y a partir de los cuales se construyen curvas por clases de índice de sitio para una variedad de localidades (Carrero *et al.* 2008).

El modelado de la altura dominante se ha realizado con varios enfoques de ajuste, como son las técnicas del método de mínimos cuadrados ordinarios, donde se asumen supuestos de normalidad, homogeneidad de varianzas e independencia de los errores (García-Cuevas *et al.* 2007, Murillo-Brito *et al.* 2017), mismos supuestos que no se cumplen cuando se utilizan datos correlacionados provenientes de datos trasversales, longitudinales, remediciones o de sitios agrupados por condiciones similares (Carrero *et al.* 2008, Seoane 2014, Corral *et al.* 2019). Otro enfoque de ajuste es por medio de máxima verosimilitud y el uso de modelos de efectos mixtos (Hernández-Ramos *et al.* 2022), en donde se asocian efectos aleatorios a los parámetros de los modelos, lo que influye para mejorar el término de error (Jerez-Rico *et al.* 2011) al corregir la

estructura de varianzas-covarianzas asociadas con datos correlacionados (Verbeke y Molenberghs 2000, Diggle *et al.* 2002, Littell *et al.* 2006).

Cuando se usan datos temporales, la variabilidad de estos se agrupan de acuerdo con variables fisiográficas, climáticas, espaciales o de crecimiento, como covariables adicionales a los modelos (Sabatia y Burkhart 2014, Seoane 2014, Scolforo *et al.* 2016), considerando parámetros fijos comunes a la muestra y como aleatorios particulares para cada nivel de agrupación (De los Santos-Posadas *et al.* 2006). Por ejemplo, Calegario *et al.* (2005) a través de un modelo no lineal (logístico) de efectos mixtos describieron los patrones de crecimiento en altura dominante de árboles clonales de eucaliptos de la región costera de Brasil, donde proponen curvas de tipo anamórfico (o cuasi-anamórfico) o conjuntos polimórficos de curvas de índice de sitio dependiendo de la combinación de clon dentro de los rodales. Mientras que, Carrero *et al.* (2008) con el modelo de Chapman-Richards probaron distintas estructuras de inclusión de efectos aleatorios con el enfoque de modelos de efectos mixtos para remediciones de datos en *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake en Venezuela, generando curvas de crecimiento con mayor certeza en las estimaciones. También Jerez-Rico *et al.* (2011) con datos de parcelas permanentes y temporales generaron curvas de índice de sitio para *Tectona grandis* L. f. en Venezuela en donde el ajuste por modelos de efectos mixtos redujo el sesgo por estimación y aumentó la precisión de estas. Mientras que en Campeche, México, Tamarit-Urias *et al.* (2014), con datos de parcelas permanentes ajustaron un modelo de crecimiento en altura dominante invariante a la edad de referencia para plantaciones de *Tectona grandis* L. f. (teca). La estructura de diferencia algebraica generalizada del modelo de Chapman-Richards propuesta ajustada por fue flexible y describe un patrón de curvas polimórficas con asíntotas múltiples. Mientras que, García-Cuevas *et al.* (2022) ajustaron modelos de crecimiento en altura dominante en función de la edad con enfoque de modelos de efectos mixtos para plantaciones forestales de *Swietenia macrophylla* King en Quintana Roo, México, obteniendo que el modelo de Chapman-Richards con efectos aleatorios en la asíntota fue el mejor para generar curvas anamórficas para la especie. Por lo anterior, el objetivo de la investigación fue ajustar modelos de altura dominante en función de la edad con enfoque de modelos de efecto mixtos para generar curvas de índice de sitio en plantaciones forestales de *Pinus oocarpa* Shiede en Ario de Rosales, Michoacán, México.

MATERIALES Y MÉTODOS

El área de estudio se ubica en las estribaciones del Sistema Volcánico Transversal con cerros como De La Barra, Tipitarillo, San Miguel, Cerro Prieto y De Las Canoas en los Ejidos La Cebadilla y Anexos ubicado entre las coordenadas 19.1385° a 19.0941° LN y -101.8575° a -101.8007° LW y San José de Cañas (Figura 1), entre las coordenadas 19.1011° a 19.0563° LN y 101.8192° a -101.7166° LW, ambos en los municipios de Ario de Rosales y Nuevo Urecho, Michoacán (RAN 2023). Según García (2004) el clima es templado subhúmedo con temperatura media anual entre 12 y 18 °C con lluvias de verano y la precipitación del mes más seco menor de 40 mm. Entre las agrupaciones de vegetación predominantes, se encuentran en el orden de ocupación: Los bosques de Pino – Encino y Encino – Pino, vegetación secundaria arbustiva de bosque de Pino -Encino, vegetación secundaria de selva baja caducifolia y vegetación secundaria de bosque de Encino – Pino. En menor proporción

existen también algunas zonas de bosque de Encino, vegetación secundaria arbórea de bosque de encino y vegetación secundaria de selva baja caducifolia (INEGI 2021).

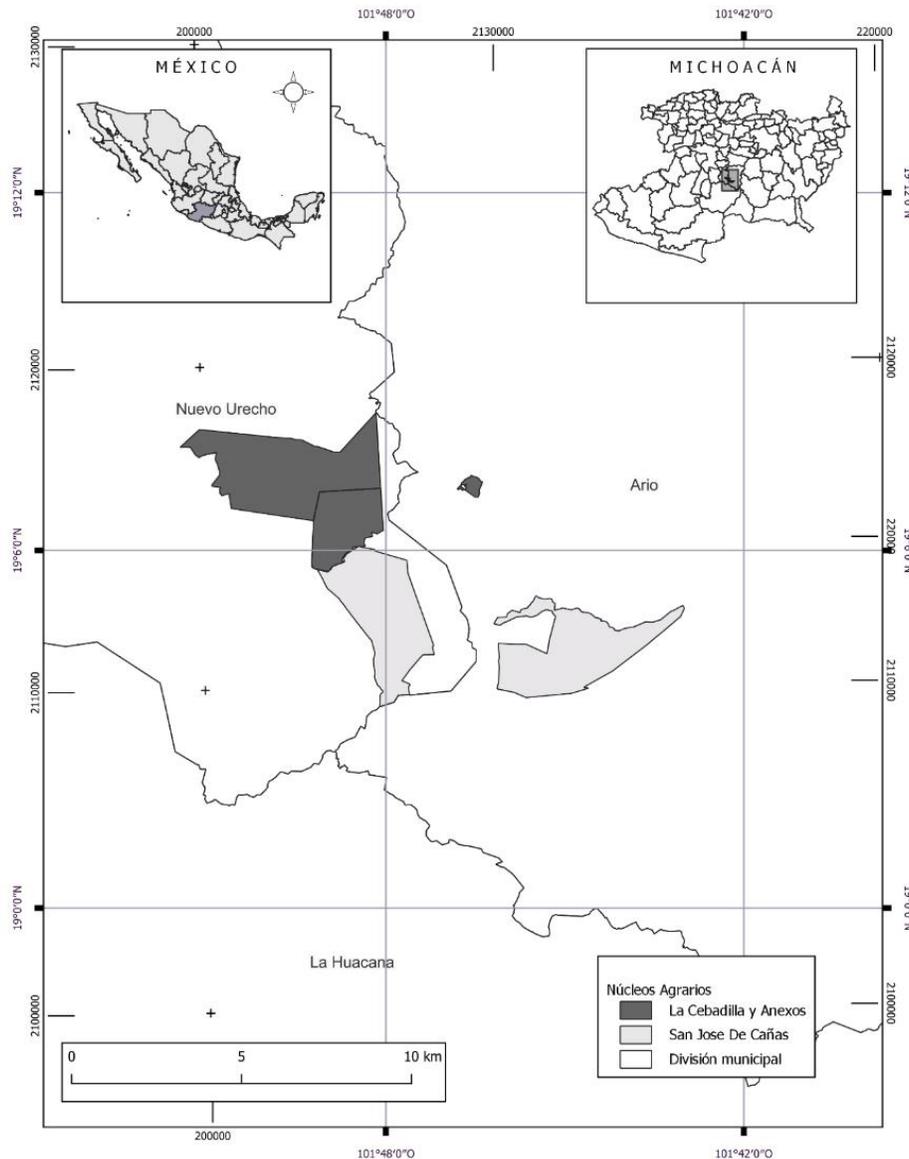


Figura 1. Distribución espacial de la información utilizada para el análisis en Ario de Rosales y Nuevo Urecho, Michoacán.

En estos ejidos predominan los suelos de tipo Acrisol con 100% horizonte árgico, subsuperficial, con alto contenido de arcilla y textura franco-arenosa o muy fina y grado de saturación menor del 50%, por lo menos dentro de una profundidad de 125 cm a partir de la superficie y Luvisol que tienen abundante materia orgánica en descomposición, de color oscuro, retienen bien el agua y son excelentes para el cultivo. Las plantaciones forestales se distribuyeron en intervalos de altitud de 1 190-1 458 m, principalmente en clima de tipo (A)C(w1), donde la precipitación oscila entre 1 200-1 500 mm (INEGI, 2021).

Mediante un muestreo sistemático se levantaron 253 sitios de muestreo de 400 m², a una distancia de 100 metros entre sitios, donde se recabaron 1 773 pares de datos de diámetro normal, altura total y edad provenientes de 115 plantaciones forestales de dos a 20 años de edad y algunos relictos de plantaciones antiguas de 56 años. Los diámetros se midieron con cinta métrica y las alturas con clinómetro electrónico Haglöf ECII D.

Para emular lo que realizó Hernández-Ramos *et al.* (2020) para ajustar ecuaciones de altura-total-diámetro normal, el entrenamiento de los modelos se realizó a partir de una muestra aleatoria del 70% de los datos (1 243 pares de datos) y el restante 30% se utilizó para posteriormente realizar pruebas de validación. Estos se ajustaron en el programa *Rstudio*[®] con la función *nls* a través de mínimos cuadrados no lineales (MCNL) los modelos de crecimiento Monomolecular-Weber, Chapman-Richards, Weibull, Korf y Smalian (Tabla 1). Para elegir un modelo base se realizó una evaluación integral de los estadísticos de ajuste del coeficiente de determinación (R²), los valores de la raíz del cuadrado medio del error (RCME) y el Criterio de Información de Akaike (AIC) (Tamarit-Urias *et al.* 2014, García-Cuevas *et al.* 2022). Además, se verificó la significancia de sus parámetros (p < 0.05) y la distribución gráfica de los residuales (Hernández-Ramos *et al.* 2022).

$$\text{Raíz del cuadrado medio del error: } RCME = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right]$$

$$\text{Coeficiente de determinación ajustado: } R_{adj}^2 = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] * \left(\frac{n-1}{n-p} \right)$$

$$\text{Criterio de información de Akaike: } AIC = -2Ln\mathcal{E}[\hat{\theta}(k)] + 2k$$

Dónde: Y_i : datos observados, \hat{Y}_i : datos predichos, \bar{Y}_i : promedio de datos observados, n : número de observaciones, p : número de parámetros del modelo, $\mathcal{E}[\hat{\theta}(k)]$: función de verosimilitud de las observaciones, $\hat{\theta}(k)$: estimación del máximo verosímil del vector de parámetros θ , k : número de parámetros independientes estimados dentro del modelo, y Ln : logaritmo neperiano.

Una vez seleccionado el mejor modelo en términos de precisión, este se ajustó bajo el enfoque de MEM considerando la parcela como covariable, mediante la función *nIme* de *Rstudio* y la técnica de máxima verosimilitud restringida (REML) (Correa y Salazar 2016). La inclusión de la variable de clasificación se realizó de manera aditiva (+ u_i), en cada parámetro del modelo, *e.i.* expresión de Weibull (Tabla 1).

Aun cuando los modelos de efectos mixtos asumen distribución normal con media igual a cero y matriz de varianzas-covarianzas capaz de englobar la variabilidad por covariable utilizada (Littell *et al.* 2006), se verificaron de forma gráfica los supuestos de normalidad con la distribución de la frecuencia de los residuales y la forma homocedástica de la distribución de los residuos (Sabatia y Burkhart 2014, Cosenza *et al.* 2017).

Como medida para evaluar las desviaciones del modelo seleccionado, se determinó el sesgo absoluto de la forma siguiente: Sesgo: $\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}$. Donde: \bar{E} : sesgo, Y_i : datos observados, \hat{Y}_i : datos predichos, n : número de observaciones.

Tabla 1. Modelos de crecimiento de efectos fijos (1 a 5) y de efectos aleatorios (6 a 11) para estimar altura dominante de plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Modelo	Expresión	Identificador
Monomolecular-Weber	$Ad = \beta_0[e^{\beta_1 - \beta_2 E}] + \varepsilon_i$	[1]
Chapman-Richards	$Ad = \beta_0[1 - e^{-\beta_1 E}]^{\beta_2} + \varepsilon_i$	[2]
Weibull	$Ad = \beta_0[1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}}] + \varepsilon_i$	[3]
Korf	$Ad = \beta_0[e^{-\beta_1/E^{\beta_2}}] + \varepsilon_i$	[4]
Smalian	$Ad = E/[\beta_0 + \beta_1 E + \beta_2 E^2] + \varepsilon_i$	[5]
	$Ad = (\beta_0 + u_i)(1 - e^{\beta_1 E^{\beta_2}}) + \varepsilon_i$	[6]
	$Ad = (\beta_0)(1 - e^{(\beta_1 + u_i) E^{\beta_2}}) + \varepsilon_i$	[7]
	$Ad = (\beta_0)(1 - e^{\beta_1 E^{(\beta_2 + u_i)}}) + \varepsilon_i$	[8]
Weibull	$Ad = (\beta_0 + u_i)(1 - e^{(\beta_1 + u_i) E^{\beta_2}}) + \varepsilon_i$	[9]
	$Ad = (\beta_0 + u_i)(1 - e^{\beta_1 E^{(\beta_2 + u_i)}}) + \varepsilon_i$	[10]
	$Ad = (\beta_0 + u_i)(1 - e^{(\beta_1 + u_i) E^{(\beta_2 + u_i)}}) + \varepsilon_i$	[11]

β_i : parámetros del modelo, Ad: altura dominante (m), E: edad (años) y ε_i : término de error aleatorio y u_i : término de error asociado con el efecto mixto.

Se incluyó dentro de ajuste una estructura de función de varianza de potencia (*varPower*) definida como $\text{Var}(\varepsilon_{ik}) = \sigma^2 |v_{ik}|^{2 \cdot \delta}$, donde v_{ik} se refiere a la covariable de la varianza del valor ajustado para Ad en función de la edad para cada observación (k) en cada nivel de agrupación utilizado (i), δ es el parámetro sin restricción y σ^2 es el factor de escala (Pinheiro y Bates 2000). Así se obtuvo la matriz de varianzas y covarianza entre los parámetros del modelo seleccionado y que representa la variabilidad entre las diferentes unidades de muestreo y donde la diagonal de la matriz contiene las varianzas de los parámetros estimados y los elementos que se encuentran fuera de la diagonal contienen las covarianzas entre todos los pares posibles de parámetros (Littell et al. 2006). Para el modelo seleccionado se estimaron los intervalos de confianza al 95% ($p \leq 0.05$) para verificar que no incluyan al cero absoluto (Balzarini et al. 2008).

Con el modelo seleccionado, se generó la curva guía en altura dominante, considerando que cuando la edad se hace igual a la edad base=25 años, entonces la altura dominante es igual al índice de sitio. Para generar las curvas anamórficas, de la ecuación de índice de sitio se despejó el parámetro de la asíntota y la expresión se sustituyó en la ecuación base, con lo que el parámetro asíntótico se considera implícito y los parámetros de forma fueron comunes para todos los sitios. Al variar la edad y las clases de índice de sitio, así como mantener constante la edad base, se generaron las curvas anamórficas. Para generar las curvas polimórficas, de las ecuaciones de índice de sitio se despejó el parámetro β_2 y se sustituyó en la ecuación base. Igualmente, al variar la edad y las clases de índice de sitio y mantener constante la edad base, se generan las curvas polimórficas (Clutter et al. 1983, García-Cuevas et al. 2021, García-Cuevas et al. 2022). En la construcción de las curvas de índice de sitio se utilizó una edad base de 25 años.

Con el resto de los datos no empleados para el ajuste de los modelos, correspondiente a una muestra aleatoria del 30% de los datos observados, se hizo una validación del modelo seleccionado, mediante una prueba de Shapiro-Wilk para verificar la normalidad de los residuales del modelo y una prueba de *t* de Student ($p \leq 0.05$) para comparar los promedios de las dos muestras independientes (Balzarini *et al.* 2008).

RESULTADOS

La edad promedio de las plantaciones forestales evaluadas fue de 11 años, con valores extremos de 2 y 56 años; la altura dominante promedio fue de 7.7 m y varió de 1.33 a 28.2 m, así como diámetro promedio de 13.5 cm e intervalo entre 2.0 a 98.8 cm (Tabla 2). En todos los casos la curtosis es leptocúrtica (curtosis mayor a cero) y la asimetría es positiva.

Tabla 2. Estadísticos descriptivos para las plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Estadístico	Edad (años)	Diámetro normal (cm)	Altura dominante (m)
Media	11.00	13.50	7.70
Mínimo	2.00	2.00	0.20
Máximo	56.00	90.80	28.20
Error típico	0.23	0.27	0.14
Desviación estándar	9.95	11.53	5.82
Varianza de la muestra	99.02	133.046	33.92
Curtosis	4.50	4.60	0.30
Coefficiente de asimetría	2.10	1.90	1.20
Cuenta	1 773	1 773	1 773

En el análisis de varianza para el ajuste de modelos de efectos fijos confirmó que la ecuación Weibull [3] minimiza la RCME y el AIC, así como de maximizar el R^2 y todos sus parámetros fueron significativos ($p < 0.0001$) (Tabla 3), por lo que este modelo se utilizó como base para ser ajustado con la técnica de modelos de efectos mixtos.

De forma gráfica se observa que los datos de campo y las curvas de altura dominante generadas con las ecuaciones ajustadas, se comprobó que el modelo Weibull [3] es el que mejor describe el promedio de los datos observados (Figura 2a). Sin embargo, en la Figura 2b se muestran sus residuales, donde se observa que a medida que las dimensiones de los árboles son mayores, también incrementan los errores, lo cual no es deseable para este tipo de análisis y se espera una corrección al incluir los efectos aleatorios dentro del modelo.

Una vez seleccionado el modelo de Weibull como el mejor, en la Tabla 4 se presentan los parámetros estimados del segundo enfoque de análisis por modelos de efectos mixtos, en donde solo se presentan las estructuras que convergieron y resultaron con todos sus parámetros significativos ($p \leq 0.05$). Al comparar los valores de ajuste estadística (R^2 y AIC), precisión en las estimaciones (RCME y Sesgo) (Tabla 4) y representación de datos observados, se tiene que la

estructura del modelo de Weibull con el efecto en el parámetro asociado al sitio [8] se seleccionó como la mejor para predecir la altura dominante en función de la edad, ya que, al verificar de manera gráfica la tendencia de las estimaciones por la variante del modelo de Weibull se observó que se apega con mayor fidelidad a la información. En la Figura 3, se presentan las curvas guías obtenidas en donde las expresiones [7] y [9] son técnicamente iguales, en tanto que la expresión [6] subestima la tendencia de crecimiento de la altura dominante en función de la edad.

Tabla 3. Análisis de los modelos de crecimiento de efectos fijos para altura dominante en plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Modelo	Parámetro	Estimador	EE	Valor t	RCME	AIC	R ²
[1]	β_0	20.21518	0.361	56.05	2.232	5513.3	0.849
	β_1	0.19536	0.016	12.18			
	β_2	0.07721	0.003	22.48			
[2]	β_0	18.94473	0.276	68.74	2.180	5454.8	0.856
	β_1	0.12053	0.006	21.19			
	β_2	2.16912	0.099	22.00			
[3]	β_0	18.32147	0.238	76.83	2.168	5441.1	0.857
	β_1	0.01525	0.001	14.15			
	β_2	1.61876	0.035	46.20			
[4]	β_0	3.20235	0.037	87.67	2.236	5517.8	0.848
	β_1	10.07682	0.699	14.42			
	β_2	1.00320	0.048	20.83			
[5]	β_0	1.42000	0.036	39.30	2.248	5531.5	0.847
	β_1	-0.03050	0.003	-8.85			
	β_2	0.00122	<0.001	16.45			

EE: error estándar, $Pr>|t|$: probabilidad $p < 0.05$. RCME: raíz del cuadrado medio del error. R²: coeficiente de determinación. AIC: Criterio de Información de Akaike
* Todos los parámetros fueron altamente significativos <0.0001.

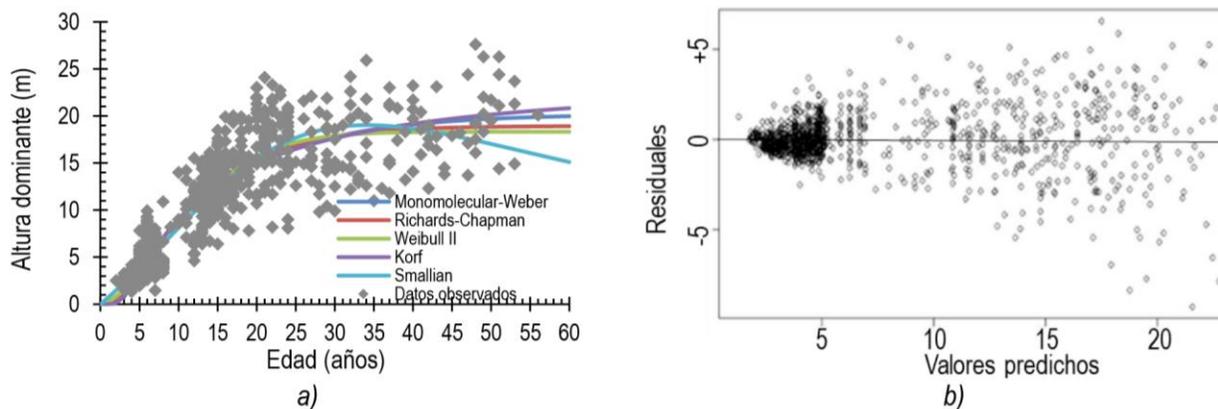


Figura 2. Valores observados y predichos con los modelos de crecimiento de efectos fijos para altura dominante en función de la edad (a) y distribución de residuales del modelo de Weibull (b). para plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Tabla 4. Análisis de los modelos de crecimiento de efectos mixtos evaluados para altura dominante en plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Modelo	Parámetro	Estimador	EE	Valor t	RCME	R ²	AIC	Sesgo
[6]	β_0^*	16.7564	0.541	30.95	1.518	0.930	3974.1	0.148
	β_1	0.0256	0.002	15.06				
	β_2	1.4200	0.041	34.96				
	u_i	0.3840						
[7]	β_0	20.0640	0.542	37.05	1.760	0.906	4004.6	-0.036
	β_1^*	0.0165	0.001	15.67				
	β_2	1.5074	0.038	40.16				
	u_i	0.4330						
[8]	β_0	23.2030	1.252	18.53	1.543	0.928	3968.5	0.047
	β_1	0.0249	0.001	18.45				
	β_2^*	1.1889	0.036	33.38				
	u_i	0.3952						
[9]	β_0^*	20.0609	0.541	37.05	1.760	0.906	4008.4	-0.036
	β_1^*	0.0165	0.001	15.67				
	β_2	1.5072	0.038	40.16				
	u_i	0.4332						

* parámetro de inclusión de efecto aleatorio. U_i : valor de la función de varianza incluida en el ajuste, EE: error estándar, $Pr>|t|$: probabilidad $p < 0.05$, RCME: raíz del cuadrado medio del error, R²: coeficiente de determinación, AIC: Criterio de Información de Akaike. * Todos los parámetros fueron altamente significativos ($p < 0.0001$).

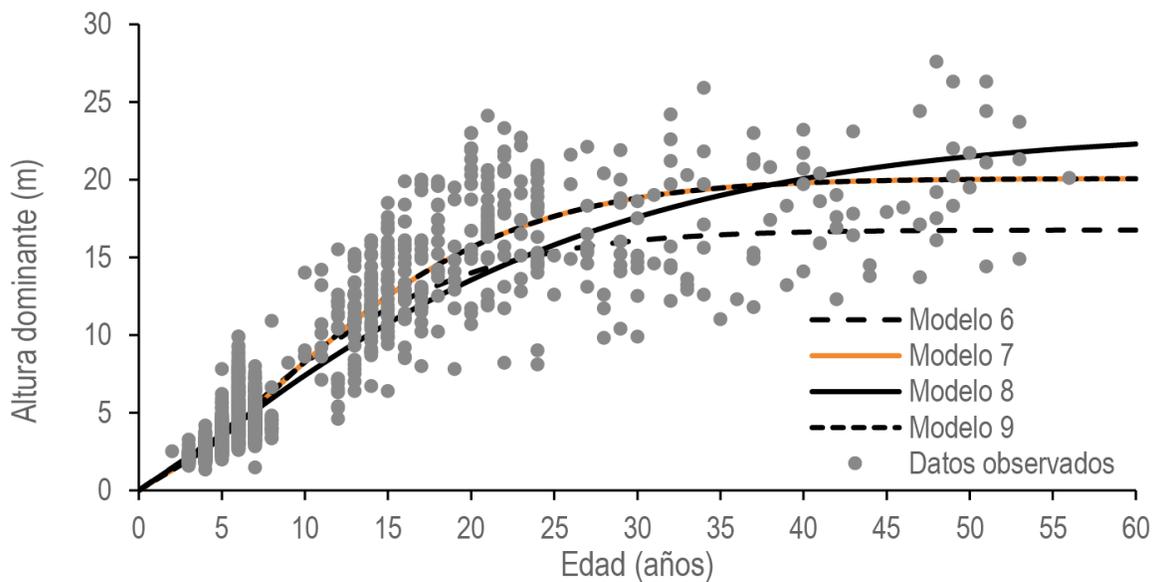


Figura 3. Predicción de las ecuaciones [6] a [9] de efectos mixtos para altura dominante en función de la edad para plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Con relación al modelo de efectos fijos ajustado por mínimos cuadrados ordinarios *versus* la técnica de máxima verosimilitud en el enfoque de modelos de efectos mixtos al incluir el factor sitio como una variable de agrupación auxiliar para el ajuste dentro del parámetro β_2 , se tuvo una reducción del 28.82% en la raíz del cuadrado medio del error, 27.01% en el criterio de información de Akaike y en relación con el valor del coeficiente de determinación un incremento del 8.26%.

Al verificar los supuestos de regresión en la expresión [8] seleccionada como la mejor, en la Figura 4a se observa que se ha minimizado la heterocedasticidad de los residuales, obteniendo una distribución alrededor de cero y una menor amplitud de los residuos con respecto a los obtenidos con el ajuste de mínimos cuadrados ordinarios (Figura 2b). Al evaluar los supuestos de regresión de normalidad del modelo se puede observar una tendencia normal en la frecuencia de los residuales (Figura 4b), por lo cual, y aunado a los indicadores de bondad estadística en el ajuste, puede considerarse aceptable el ajuste de la ecuación seleccionada.

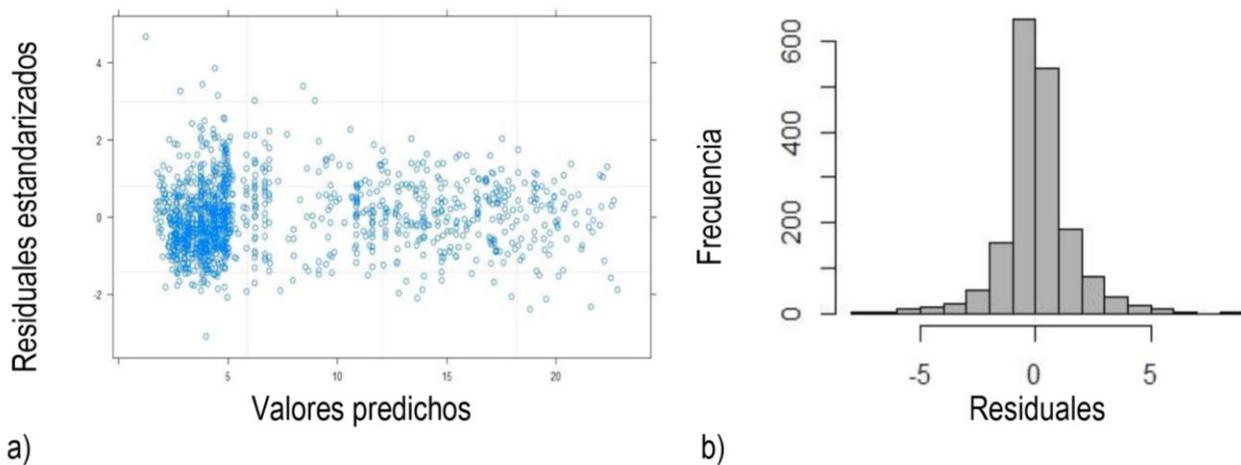


Figura 4. Distribución homocedástica de los residuales (a) y frecuencia de los residuos del ajuste por modelos de efectos mixtos del modelo Weibull.

En la Tabla 5 se presentan los intervalos de confianza al 95% de confiabilidad entre los cuales se encuentran los valores de los parámetros estimados, los cuales no incluyen el cero, así como la desviación estándar del parámetro donde se incluyó el efecto aleatorio (sd: a_2), el valor de la función de varianza de tipo *power* incluida en el ajuste de modelos de efectos mixtos y el error estándar dentro del grupo. Además, los valores de la matriz de varianza-covarianza (vcov), la cual no indica en ningún caso problemas de correlación entre los parámetros.

Definido el mejor ajuste, se generó una curva genérica de altura dominante con la siguiente expresión: $Ad = 23.202994[1 - e^{-0.024873E^{1.188869}}]$. A partir de la ecuación de altura dominante, mediante manipulación algebraica se generó la estructura de las expresiones para generar las curvas anamórficas y polimórficas con diferentes clases de índice de sitio a la edad base de 25 años:

$$\text{Anamórficas: } Ad = IS \left[\frac{1 - e^{-0.024873E^{1.188869}}}{1 - e^{-0.024873E_0^{1.188869}}} \right]$$

$$\text{Polimórficas: } Ad = 23.202994 \left[1 - e^{-\left(\frac{E_0}{E}\right)^{1.188869} \ln\left(1 - \frac{IS}{23.202994}\right)} \right]$$

Tabla 5. Intervalos de confianza de los parámetros estimados, valor de ajuste de los efectos fijos y aleatorios y matriz de varianza-covarianza (vcov) de la mejor variante de ajuste estadístico del modelo de Weibull.

Parámetros	Valor inferior	Valor estimado	Valor superior	Matriz de varianza-covarianza		
β_0	20.749	23.203	25.657	β_0	β_1	β_2
β_1	0.022	0.025	0.028	1.56362	-0.00065	-0.03068
β_2	1.119	1.189	1.259	-0.00065	0.00000	-0.00002
$ds(a_2)$	0.096	0.112	0.131	-0.03068	-0.00002	0.00127
Vfv(p):	0.879	0.944	1.009			
Ee-G	0.193	0.219	0.248			

ds: desviación estándar del parámetro de efecto, Ee-G: error estándar dentro del grupo, Vfv(p): valor de la función de varianza de tipo *power*.

Como se puede observar en la Figura 5a, las curvas anamórficas cubren todo el rango de dispersión de los datos observados, pero sobreestiman a edades mayores en las calidades de sitio superiores, mientras que las curvas polimórficas sobreestiman en edades mayores y calidades de sitio más pobres, pero al parecer son las que mejor se ajustan a los datos observados.

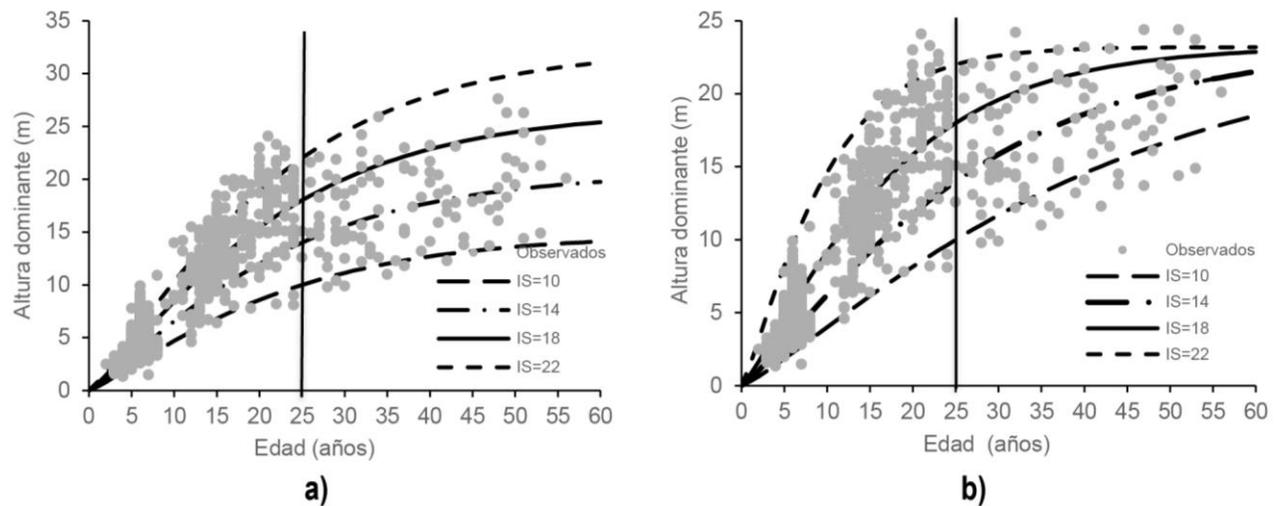


Figura 5. Curvas anamórficas (a) y polimórficas (b) de índice de sitio generadas mediante el modelo de efectos mixtos para plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Por su parte, en la Figura 6a se observa que los turnos técnicos o la culminación de la máxima velocidad de crecimiento y el punto de intersección donde incremento corriente anual es igual al incremento medio anual (ICA=IMA) suceden a la misma edad en las curvas anamórficas para todas las calidades de sitio (9 años) y a diferentes edades en las curvas polimórficas (5, 8, 11 y 15 años) ocurriendo esos puntos de inflexión a edades más tempranas para las zonas de mejores calidades de estación (Figura 6b).

Para el procedimiento de validación con el 30% de los datos de la muestra seleccionados de manera aleatoria (532 pares de datos), se realizó una transformación de esta información como residuales externamente estudentizados (REE), ya que la prueba de normalidad que exige la

prueba de *t* para ser válida mostró que no seguía una distribución normal ($W < 0.0001$). Una vez corregido este detalle, los valores de *p* (0.15 y 0.49) de la prueba de *t* para los residuales externamente estudentizados indican que no hay diferencias entre los promedios obtenidos de las alturas observadas y las estimadas (Tabla 6).

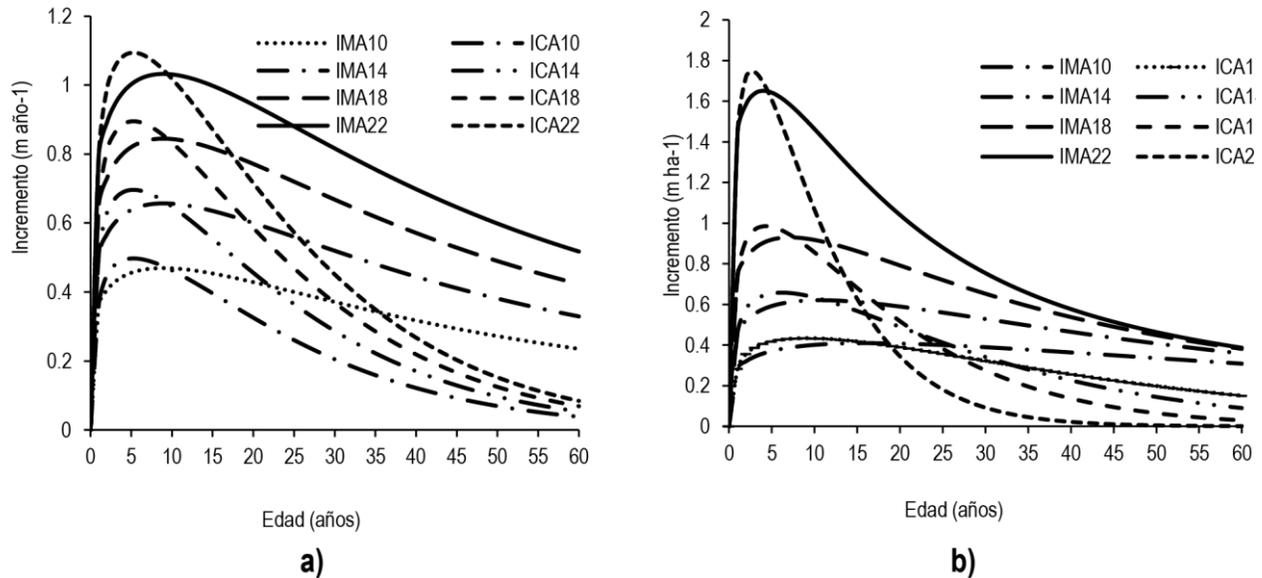


Figura 6. Culminación del incremento de las clases de índice de sitio con curvas anamórficas (a) y polimórficas (b) generadas mediante el modelo de efectos mixtos para plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Tabla 6. Pruebas de normalidad y de *t* para comparar promedios de datos observados y estimados del modelo [11] de efectos mixtos para predecir altura dominante en función de la edad para plantaciones de *Pinus oocarpa* en Ario de Rosales, Michoacán.

Variables	W	Valor de p
Ad observada	0.86	<0.0001
Ad estimada	0.87	<0.0001
Variables transformadas	T	Valor de p
REE para Ad observada	0.58	0.1575
REE para Ad estimada	0.65	0.4923

Ad: altura dominante (m), REE: residuos externamente estudentizados, W: prueba de normalidad de Shapiro-Wilk, p: nivel de confiabilidad, t: prueba de *t* de Student.

DISCUSIÓN

De forma tradicional, cuando se ajustan modelos de regresión, se asumen supuestos de normalidad, igualdad de varianzas e independencia de los errores, pero, en la mayoría de los casos, esos supuestos pueden ser violados, sobre todo cuando se analizan datos longitudinales y de remediciones de los mismos individuos (Carrero *et al.* 2008, Seoane 2014) o cuando están agrupados por alguna de sus características (sitio, espaciamiento, tamaño, edad, etc.), ya que estos

pueden estar correlacionadas entre sí, lo que propicia falta de independencia de las mediciones (Gregoire 1987, Fox *et al.* 2001, Corral-Rivas *et al.* 2019).

Con el método de mínimos cuadrados ordinarios fue posible ajustar un modelo base con un buen nivel de confiabilidad para predecir la altura dominante en función de la edad de los árboles, pero presentó una distribución de residuales con alta heterocedasticidad. Para solventar lo anterior, se usó la técnica de ajuste como los modelos de efectos mixtos, incorporando efectos aleatorios del sitio como covariables de agrupación durante el ajuste asociados a los parámetros de los modelos, con lo cual se mejora favorablemente en el término de error (De los Santos-Posadas *et al.* 2006, García-Cuevas *et al.* 2022). Esta técnica se ha vuelto popular para analizar datos de mediciones repetidas, con estructura de las observaciones irregular o desbalanceada (Budhathoki *et al.* 2008, Jerez-Rico *et al.* 2011) o agrupados por alguna característica (Corral-Rivas *et al.* 2019).

Los modelos de efectos mixtos permitieron corregir la estructura de varianzas-covarianzas asociadas con datos de medición de árboles agrupados en sitios con características similares, ya que en ningún caso se observan problemas de correlación entre los parámetros (Diggle *et al.* 2002, Littell *et al.* 2006). Así, se obtuvieron mejores resultados para modelar los patrones de crecimiento en altura dominante que con la técnica de mínimos cuadrados ordinario (MCO). Como lo documentan De los Santos-Posadas *et al.* (2006), Tamarit-Urias *et al.* (2014), García-Espinoza *et al.* (2019) y García-Cuevas *et al.* (2022), la inclusión de covariables de agrupación dentro del ajuste de modelos de efectos mixtos permite obtener estimadores más precisos y confiables, lo cual lo observamos en la mejora de los indicadores de ajuste (coeficiente de determinación y criterio de información de Akaike), menores desviaciones en las estimaciones (raíz del cuadrado medio del error y Sesgo) y contribuyen al cumplimiento de los supuestos de la regresión al disminuir la heterocedasticidad natural de este tipo de información. De acuerdo con Clutter *et al.* (1983), Torres y Magaña (2001), García-Cuevas *et al.* (2007), García-Cuevas *et al.* (2021) y García-Cuevas *et al.* (2022), en ausencia de remediciones o de análisis troncales, como en este caso de información como una cronosecuencia, la metodología de curva guía ha demostrado ser eficiente y confiable para determinar la productividad en áreas forestales, por lo cual es la más empleada para este tipo de estudios de productividad en distintos tipos de ecosistemas, especies o condiciones de crecimiento.

En la mayoría de los casos, el ajuste de los modelos se hace con el método de mínimos cuadrados ordinarios, lo cual es mejorado cuando se usa el enfoque de modelos de efectos mixtos, en esta investigación, se disminuyó la raíz del cuadrado medio del error en 28.82%, el criterio de información de Akaike en 27.01% y el coeficiente de determinación incremento del 8.26%, valores similares a los obtenidos por Hernández-Ramos *et al.* (2022) para plantaciones forestales comerciales de *Pinus patula* en el estado de México, quienes obtuvieron ganancia estadística de 5.15%, 34.79% y 35.27% en los valores del coeficiente de determinación, criterio de información de Akaike y logaritmo de verosimilitud, respectivamente, al incluir como variable de agrupación el factor medio-ambiental de la exposición de cada plantación.

Los residuales máximos disminuyeron y mostraron una distribución deseable alrededor de cero, algo similar a lo que obtuvo Jerez-Rico *et al.* (2011) para plantaciones de *Tectona grandis* en Venezuela, además, se cumplieron todos los supuestos de la regresión, debido a que la varianza fue agrupada por nivel de clasificación, tal como lo indican Littell *et al.* (2006), Carrero *et al.* (2008)

y Seoane (2014) en donde no se observaron violaciones, ya que se identifica una distribución normal en la frecuencia en los residuales y dispersión homocedástica de los mismos, similar a lo obtenido por Hernández-Ramos *et al.* (2022).

Ecuaciones de altura dominante y proyecciones de curvas de índice de sitio anamórficas y polimórficas para *Pinus patula* var. *longepedunculata* Loock en plantaciones forestales comerciales localizadas en Miahuatlán, Oaxaca, fueron generadas por Cruz *et al.* (2022), con el método de regresión aparentemente no correlacionada (SUR) para obtener una mejor ganancia en la estimación de parámetros, ya que por este método se logra correlacionar los componentes del error de un sistema de ecuaciones y proporciona una mejor estimación de parámetros y permite compatibilidad total entre el modelo de predicción y el de proyección, de forma que los parámetros comunes de ambas ecuaciones toman los mismos valores mientras se cumple con el criterio de minimización de cuadrados de los residuos. Las series de curvas que se generaron fueron polimórficas, ya que, en las anamórficas, al sobreponer los datos observados y los predichos, estos últimos sobreestiman la altura proyectada. Sin embargo, los resultados mostraron que, aunque los parámetros del modelo son altamente significativos, el coeficiente de determinación de 0.58 es muy bajo, comparado con el aquí obtenido de 0.85.

CONCLUSIONES

El ajuste del modelo de Weibull con enfoque de modelo de efectos mixtos en el parámetro relacionado al sitio permitió describir con mayor precisión y confiabilidad la altura dominante y generar curvas polimórficas de índice de sitio que describen adecuadamente la variación muestral en plantaciones forestales comerciales de *Pinus oocarpa* Shiede, con las que es posible clasificar las plantaciones forestales de acuerdo con el nivel de productividad del sitio. Por su robustez estadística las expresiones propuestas podrán ser incluidas dentro de un sistema de crecimiento y rendimiento con una precisión aceptable. Las ecuaciones de altura dominante generadas describen la dispersión de los datos observados, cumplen con las características deseables de un modelo de predicción, con comportamiento sigmoide, presentan un punto de inflexión, asíntota horizontal y las cuatro clases de índice presentan culminación del crecimiento. Los turnos técnicos en altura dominante para las curvas anamórficas ocurren aproximadamente a los nueve años y en las curvas polimórficas para las clases de 10, 14, 18 y 22 metros de altura dominante ocurre a los cinco, ocho, 11 y 15 años, presentando puntos de inflexión a edades más tempranas para las zonas de mejor calidad de estación.

AGRADECIMIENTOS

A Ejido Verde S. A. P. I. de C. V. por las facilidades prestadas para la elaboración de esta investigación.

CONFLICTO DE INTERÉS

Los autores declaran no tener conflicto de intereses en competencia.

LITERATURA CITADA

- Balzarini MG, González L, Tablada M, Casanoves M, Di Rienzo JA, Robledo CW (2008) InfoStat: Software Estadístico: Manual del Usuario. Editorial Brujas. Córdoba, Argentina. 336p.
- Budhathoki BC, Lynch TB, Guldin JM (2008) A mixed-effects model for the dbh-height relationship of shorleaf pine (*Pinus echinata* Mill). Southern Journal of Applied Forestry 32: 5-11.
- Calegario N, Daniels RF, Maestria R, Neiva R (2005) Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal *Eucalyptus* plantation case study. Forest Ecology and Management 204: 11-20. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2004.07.051>
- Carrero O, Mauricio J, Macchiavelli R, Orlandoni G, Stock J (2008) Ajuste de curvas de Índice de Sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. Interciencia 33: 265-272.
- Clutter JL, Fortson JC, Piennar LV, Brister GH, Bailey RL (1983) Timber Management Quantitative Approach. Wiley, New York, USA. 333p.
- Corral-Rivas S, Silva-Antuna AM, Quiñonez-Barraza G (2019) Modelo generalizado no-lineal altura-diámetro con efectos mixtos para siete especies de *Pinus* en Durango, México. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 10(53): 86-117. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i53.500>.
- Correa MJC, Salazar UJC (2016) Introducción a los modelos mixtos. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Escuela de Estadística. Medellín, Colombia. 257p.
- Cosenza D, Vieira SAA, Mazon AAE, Lopes SAA, Rode R, Paulo SV, García LH (2017) Site classification for eucalypt stands using artificial neural network based on environmental and management features. CERNE 23: 310-320. <https://doi.org/10.1590/01047760201723032352>
- Cruz AP, Galán LR, de los Santos PHM, Valera VG, Rivera NJL, Sandoval GC (2022) Crecimiento de *Pinus patula* var. longepedunculata Loock en plantaciones de la Sierra Sur de Oaxaca. Madera y Bosques 28(1): 1-14. <https://doi.org/10.21829/myb.2022.2811438>.
- De los Santos-Posadas HM, Montero-Mata M, Kanninen M (2006) Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. Agrociencia 40: 521-532.
- DeYoung J (2024) Forest measurements: An applied approach. LibreText. USA. 104p.
- Diggle P, Heagerty P, Liang K, Zeger S (2002) Analysis of longitudinal data. Second ed. Oxford University Press. New York, USA. 396p.
- Fox J, Ades P, Bi H (2001) Stochastic structure and individual-tree growth models. Forest Ecology and Management 154: 261-276. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(00\)00632-0](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(00)00632-0).
- Fu L, Lei X, Sharma RP, Li H, Zhu G, Hong L, Tang S (2018) Comparing height-age and height-diameter modelling approaches for estimating site productivity of natural uneven-aged forests. Forestry 91: 419-433. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpx049>
- García ME (2004) Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Köppen. Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Geografía. <http://www.publicaciones.igg.unam.mx/index.php/ig/catalog/book/83>. Fecha de consulta: 25 de enero de 2024.
- García-Cuevas X, Flores-Garnica JG, Benavides-Solorio JD (2007) Índice de sitio para *Cedrela odorata* L. (cedro rojo) en Quintana Roo. Revista Ciencia Forestal en México 4: 101-148.
- García-Cuevas X, Toledo-Chiu C, Hernández-Ramos J, Mendoza-Muñoz JA, Hernández-Ramos A (2021) Índice de sitio para plantaciones forestales comerciales de *Cedrela odorata* L. en Quintana Roo, México. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 12: 92-114. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v12i64.793>
- García-Cuevas X, Hernández-Ramos J, Tamarit-Urias JC, Hernández-Ramos A, Quiñonez-Barraza G (2022) Modelos de índice de sitio en plantaciones de *Swietenia macrophylla* King en Quintana Roo, México. Revista Fitotecnia Mexicana 45: 387-397. <https://doi.org/10.35196/rfm.2022.387>

- García-Espinoza GG, Aguirre-Calderón OA, Quiñonez-Barraza G, Alanís-Rodríguez E, González-Tagle MA, García-Magaña JJ (2019) Global-local and fixed-random parameters to model dominant height growth of *Pinus pseudostrubus* Lindley. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente 25: 141-156. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2018.06.047>
- Gregoire TG (1987) Generalized error structure for forestry yield models. Forest Science 33:423-444. <https://doi.org/10.1093/forestscience/33.2.423>.
- Hernández-Ramos J, Valdez-Hernández JI, García-Cuevas X, Quiñonez-Barraza G, Reyes-Hernández VJ, Hernández-Ramos A (2020) Modelos altura-diámetro con efectos mixtos para *Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. en Quintana Roo, México. Madera y Bosques 26(2): 1-14. <https://doi.org/10.21829/myb.2020.2622046>
- Hernández-Ramos J, Hernández-Ramos A, Ordaz-Ruiz G, García-Espinoza GG, García-Magaña JJ, García-Cuevas X (2022) Índice de sitio para plantaciones forestales de *Pinus patula* en el Estado de México. Madera y Bosques 28: 1-13. <https://doi.org/10.21829/myb.2022.2822308>
- INEGI (2021) Conjunto de datos vectoriales de uso del suelo y vegetación. Escala 1:250 000. Serie VII. Conjunto Nacional. <https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=889463842781>, el 2024-01-31. Fecha de consulta: 30 de febrero de 2024.
- Jerez-Rico M, Moret-Barillas AY, Carrero-Gámez OE, Macchiavelli RE, Quevedo-Rojas AM (2011) Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. F.) en los llanos de Venezuela. Agrociencia 45: 135-145.
- Kiernan D (2023) Natural resources Biometrics. SUNY College of Environmental Science and Forestry. Natural Resources Biometrics. LibreText. California State University. USA. 245p.
- Littell R, Milliken G, Stroup W, Wolfinger R, Schabenberger O (2006) SAS for Mixed Models. 2nd ed. SAS Institute Inc. Cary, NC, USA. 795p.
- Martínez-Zurimendi P, Domínguez-Domínguez M, Juárez-García A, López-López LM, de-la-Cruz-Arias V, Álvarez-Martínez J (2015) Índice de sitio y producción maderable en plantaciones forestales de *Gmelina arborea* en Tabasco, México. Revista Fitotecnia Mexicana 38(4): 415-425.
- Murillo-Brito Y, Domínguez-Domínguez M, Martínez-Zurimendi P, Lagunes-Espinoza LC, Aldrete A (2017) Índice de sitio en plantaciones de *Cedrela odorata* en el trópico húmedo de México. Revista de la Facultad de Ciencias Agrarias 49: 15-30.
- Nava-Nava A, Santiago-García W, Rodríguez-Ortiz G, De los Santos-Posadas HM, Ruiz-Aquino F, Santiago-García E, Suárez-Mota ME (2020) Ecuaciones dinámicas de crecimiento en altura dominante e índice de sitio para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. Revista Fitotecnia Mexicana 43: 461-70. <https://doi.org/10.35196/rfm.2020.4.470>
- Pinheiro JC, Bates DM (2000) Mixed-Effects Models in S and S-PLUS. Springer. New York, USA. 528p.
- RAN (2023) Perimetrales núcleos agrarios SHAPE Entidad Federativa Michoacán. <https://datos.gob.mx/busca/dataset/datos-geograficos-perimetrales-de-los-nucleos-agrarios-certificados-por-estado--formato-shape/resource/2b8317e1-8e30-4b37-8af3-222ba2701bd1>. Fecha de consulta: 31 de enero de 2024.
- Sabatia CO, Burkhart HE (2014) Predicting site index of plantation loblolly pine from biophysical variables. Forest Ecology and Management 326: 142-156. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2014.04.019>
- Santiago-García W, Jacinto-Salas AH, Rodríguez-Ortiz G, Nava-Nava A, Santiago-García E, Ángeles-Pérez G, Enríquez-del Valle JR (2020) Generalized height-diameter models for five pine species at Southern Mexico. Forest Science and Technology, 16(2): 49-54. <https://doi.org/10.1080/21580103.2020.1746696>.
- Scolforo HF, Castro NF, Soares SJR, Burkhart H, McTague JP, Regis RM, Araújo LR, da Fonseca S, Cardoso SR (2016) Modeling dominant height growth of eucalyptus plantations with parameters conditioned to climatic variations. Forest Ecology and Management 380: 182- 195. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2016.09.001>
- Seoane J (2014) ¿Modelos Mixtos (Lineales)? Una Introducción para el Usuario Temeroso. Etología 24: 15-37.
- Tamarit-Urias JC, De los Santos-Posadas HM, Aldrete A, Valdez-Lazalde JR, Ramírez-Maldonado H, Guerra-De la Cruz V (2014) Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. Agrociencia 48: 225-238.
- Torres RJM, Magaña TOS (2001) Evaluación de Plantaciones Forestales. Limusa. México. 472p.
- Verbeke G, Molenberghs G (2000) Linear Mixed Models for Longitudinal Data. Springer. New York, USA. 608p.