

Funciones alométricas de altura total para pinos tropicales en Puebla, México

Allometric functions of total height for tropical pines in Puebla, Mexico

Ramiro Puc-Kauil^{1*} , Adan Nava-Nava² , Esther Paredes-Díaz¹ , Faustino Ruiz-Aquino³ ,
José del Carmen Gerónimo-Torres⁴ , Juan Ortiz⁵ 

¹Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico Superior de Venustiano Carranza. Av. Tecnológico, S/N, Col. El Huasteco, CP. 73049. Villa Lázaro Cárdenas, Venustiano Carranza, Puebla, México.

²Agropecuaria Santa Genoveva S.A.P.I. de C.V. Carretera Cayal Nohyaxche Km 87, Alfredo V. Bonfil, CP. 24570. San Francisco de Campeche, Campeche, México.

³Universidad de la Sierra Juárez. Avenida Universidad, S/N, CP. 68725. Ixtlán de Juárez, Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México.

⁴Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Huimanguillo. Carretera del Golfo Malpaso-El Bellote Km 98.5, Col. Ranchería Libertad, CP. 86400. Huimanguillo, Tabasco, México.

⁵Universidad de Concepción, Facultad de Agronomía, Departamento de Suelos y Recursos Naturales. Vicente Méndez 595, Casilla 537, Chillán, Región del Ñuble, Chile.

*Autor de correspondencia: ramiro.selvastropicales@gmail.com

Artículo científico

Recibido: 28 de marzo 2024

Aceptado: 10 de mayo 2024

RESUMEN. Los pinos tropicales son importantes por la cantidad de madera que producen en periodos cortos de tiempo. Para ello, se requieren de funciones alométricas para predecir la altura total de los árboles, ya que es una de las variables indispensables para calcular el volumen total y comercial. El objetivo de la investigación fue desarrollar una función alométrica local y una generalizada para modelar la relación altura total-diámetro normal ($at-dn$) de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* y del híbrido *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii* en la Sierra Norte de Puebla, México. Para analizar las relaciones se usaron 1 232 pares de datos de $at-dn$. Se ajustaron modelos alométricos con tres parámetros con el 80% de los datos y se validaron con el 20%. El mejor modelo fue el que presentó el menor sesgo promedio, raíz del error medio cuadrático y Criterio de Información de Akaike, así como el de mayor coeficiente de determinación ajustado. Los modelos explicaron más del 58.55% de la variabilidad en la at observada en los árboles. El modelo Logístico y de Weibull obtuvieron los mejores desempeños en el ajuste y validación, y estimaron con menor incertidumbre la at de los pinos tropicales. Las funciones alométricas ajustadas son confiables para predecir la at de los árboles, por lo que puede contribuir al manejo sustentable de plantaciones comerciales de pinos tropicales en la región de estudio.

Palabras clave: Altura-diámetro, funciones, modelos, *Pinus caribaea*, plantaciones.

ABSTRACT. Tropical pines are important because of the amount of wood they produce in short periods. However, it requires allometric functions to predict the total tree height, since it is one of the critical variables to estimate both, it is the total and commercial volume. Accordingly, we aimed to develop a local and a generalized allometric function for model the total height-diameter ($h-d$) relationship of *Pinus caribaea* var. *hondurensis* and hybrid *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii* in the Sierra Norte of Puebla, México. In order to analyze the relationships, 1 232 $h-d$ pairs were used. The allometric models were fitted with three parameters totaling 80% of the data and validated with 20%. The best model had the lowest average bias, root mean square error, and Akaike's Information Criterion, as well as of the highest adjusted coefficient of determination. The models explained over 58.55% of the variability in observed total tree height. Nonetheless, the Gompertz and Weibull models obtained the best performances in fit and validation, and estimated h of tropical pines with less uncertainty. In consequence, the fitted allometric functions are reliable for predicting tree h ; therefore, it can contribute to the sustainable management of commercial tropical pine plantations in the study region.

Keywords: Functions, height-diameter, models, *Pinus caribaea*, plantations.

Como citar: Puc-Kauil R, Nava-Nava A, Paredes-Díaz E, Ruiz-Aquino F, Gerónimo-Torres JC, Ortiz J (2024) Funciones alométricas de altura total para pinos tropicales en Puebla, México. Ecosistemas y Recursos Agropecuarios 11(2): e4118. DOI: 10.19136/era.a11n2.4118.

INTRODUCCIÓN

La altura total (at , m) y el diámetro normal (dn , cm) son variables dendrométricas esenciales en los inventarios forestales (Chai *et al.* 2018). Contar con datos precisos de at y dn son indispensables para calcular las existencias volumétricas de madera ($m^3 ha^{-1}$), biomasa y carbono ($Mg ha^{-1}$) del bosque con y sin manejo forestal, entre otros parámetros (Mehtätalo *et al.* 2015, Cruz-Cobos *et al.* 2023) que son los insumos principales para la planeación y ejecución de tratamientos silvícolas (Quiñónez-Barraza *et al.* 2012, Özçelik *et al.* 2014).

Medir el dn es muy sencillo y preciso, sin embargo, medir la at implica tiempo, menor precisión y costos debido a que es más lento y laborioso por las obstrucciones visuales que provocan los mismos árboles (Liu *et al.* 2017, Chai *et al.* 2018). Para disminuir los costos y tiempo de los inventarios forestales, sin la necesidad de realizar mediciones directas de la at de todos los árboles, se pueden utilizar relaciones alométricas sencillas de funciones entre at y dn . Las cuales pueden ser generadas con la medición de una muestra representativa de todas las categorías diamétricas y posteriormente estimar la altura de los árboles no medidos (Seki y Sakici 2022).

Las funciones alométricas $at - dn$, tanto lineales como no lineales, son desarrolladas a partir del ajuste de ecuaciones locales y generalizadas. En el primer caso se incluye únicamente el dn como variable predictiva de la at y se aplica a nivel de especie o rodal forestal específico (Corral-Rivas *et al.* 2014, Hernández-Ramos *et al.* 2018). En el segundo caso se incluyen, además del dn , variables del rodal como la densidad (árboles ha^{-1}), edad (años), calidad del sitio (m), entre otras. Las ecuaciones generalizadas se aplican en bosques cuyos rodales presentan diversas condiciones de crecimiento y de manejo (López-Sánchez *et al.* 2012, Hernández-Ramos *et al.* 2015, Santiago-García *et al.* 2020). Por lo tanto, el desarrollo de una función alométrica de at y dn estadísticamente confiable; es clave para facilitar la planeación del manejo sostenible de los bosques y de las plantaciones forestales comerciales.

Las plantaciones de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (Sénécl.) W. H. Barret & Golfari, así como de *Pinus tecunumanii* F. Schwerdtf. ex Eguluz & J. P. Perry y *Pinus elliottii* var. *elliottii* Engelm, introducidas en países como Brasil, Colombia, Venezuela y Australia, han potencializado la industria forestal en estos países por la capacidad que tienen para crecer en diferentes condiciones pluviométricas y de suelos (Greaves *et al.* 2015, Boca *et al.* 2017). En México, las plantaciones de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* y *Pinus elliottii* var. *elliottii* son económicamente valoradas por la cantidad de madera que producen en periodos cortos de tiempo (Torres-Ávila *et al.* 2020). También, la expansión de plantaciones del híbrido *P. elliottii* var. *elliotti* × *P. caribaea* var. *hondurensis* han sido relevante en la industria forestal (Boca *et al.* 2017). En Australia, las primeras generaciones (F_1 y F_2) mostraron comportamientos superiores al de sus parentales; alto potencial de crecimiento, rectitud del fuste y buenas cualidades de ramas (Cappa *et al.* 2013). En Sudamérica se han reportado tasas altas de crecimiento y producción de madera en respuesta a diferentes tratamientos silvícolas (Cappa *et al.* 2013, Tambarussi *et al.* 2018). En el sureste de México, Torres-Ávila *et al.* (2020) observaron que el híbrido *P. caribaea* var. *hondurensis* × *P. elliotti* var. *elliotti* tiende a un fuste cercano al paraboloide, lo que implica mayor rendimiento comercial maderable.

Investigaciones realizadas para predecir la at en función del dn para pinos tropicales establecidos en regiones tropicales de México, son escasos. Por el contrario, para especies de interés comercial de bosques de clima templado se han realizado varios estudios (Hernández-

Ramos *et al.* 2018, Corral-Rivas *et al.* 2019, Santiago-García *et al.* 2020, Rubio *et al.* 2022). Dada la demanda de madera proveniente de plantaciones comerciales de pinos tropicales de rápido crecimiento, es necesario monitorear y estimar con precisión el rendimiento maderable para la toma de decisiones en el manejo de dichas plantaciones. Para lograr lo anterior, es necesario caracterizar la estructura de la plantación y, explorar la relación altura y diámetro normal para estimar el crecimiento de los árboles y la producción de volumen de madera.

La empresa Agroforestal Uumbal Veracruz SAPI de C. V. y el Instituto Tecnológico Superior de Venustiano Carranza (ITSVC) establecieron una plantación en el año 2016, con fines de investigación, conformada por *Pinus elliottii* var. *elliottii*, *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, *Pinus elliottii* var. *elliottii* × *Pinus caribaea* var. *hondurensis* y *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii*. La procedencia del material vegetal (plántulas) fue de Australia, Argentina y Venezuela. Al considerar importante este tipo de plantaciones forestales comerciales para productores y silvicultores, y debido a la escasa disponibilidad de funciones alométricas de $at - dn$ para los pinos tropicales, el presente estudio tuvo como objetivos: 1) ajustar funciones alométricas locales de $at - dn$ para pinos tropicales, y 2) generar una función generalizada para la relación $at - dn$ entre grupos de pinos establecidos en la Sierra Norte de Puebla. La investigación se desarrolló bajo el supuesto de que la relación entre la $at - dn$ es diferente entre los grupos de pinos.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El estudio se realizó en una plantación de pinos tropicales ubicada en terrenos del Instituto Tecnológico Superior de Venustiano Carranza entre las coordenadas extremas 20° 28' 19.6" LN y 97° 41' 56.4" LW, y 340 msnm con una pendiente de 5%, en la Sierra Norte de Puebla, México (Figura 1). El clima es cálido húmedo (Cw); la precipitación y temperatura media anual son de 993.3 mm y de 22 °C a 29.3 °C, respectivamente (García 2004, SMN 2022). El suelo es de tipo vertisol, con textura arcillosa (30%), por lo que se agrietan notablemente durante la época de sequía (Ruiz-Careaga *et al.* 2014).

Diseño experimental de la plantación y colecta de datos

La plantación se estableció en el 2016 bajo un diseño experimental de bloques completos al azar con ocho tratamientos y repeticiones. La plantación tiene una superficie de 1.7 ha con densidad de 1 242 árboles ha, con un espacio entre plantas de 3.5 x 2.3 m. El ensayo de procedencias en el cual se realizó el presente estudio se estableció con plantas de aproximadamente seis meses de edad, de especies e híbridos de pinos tropicales obtenidos de distintas procedencias (Tabla 1). Es importante señalar que, todas las fuentes de germoplasma provienen de huertos semilleros clonales, con excepción de VAR y AAL, las cuales se obtuvieron de polinización abierta.

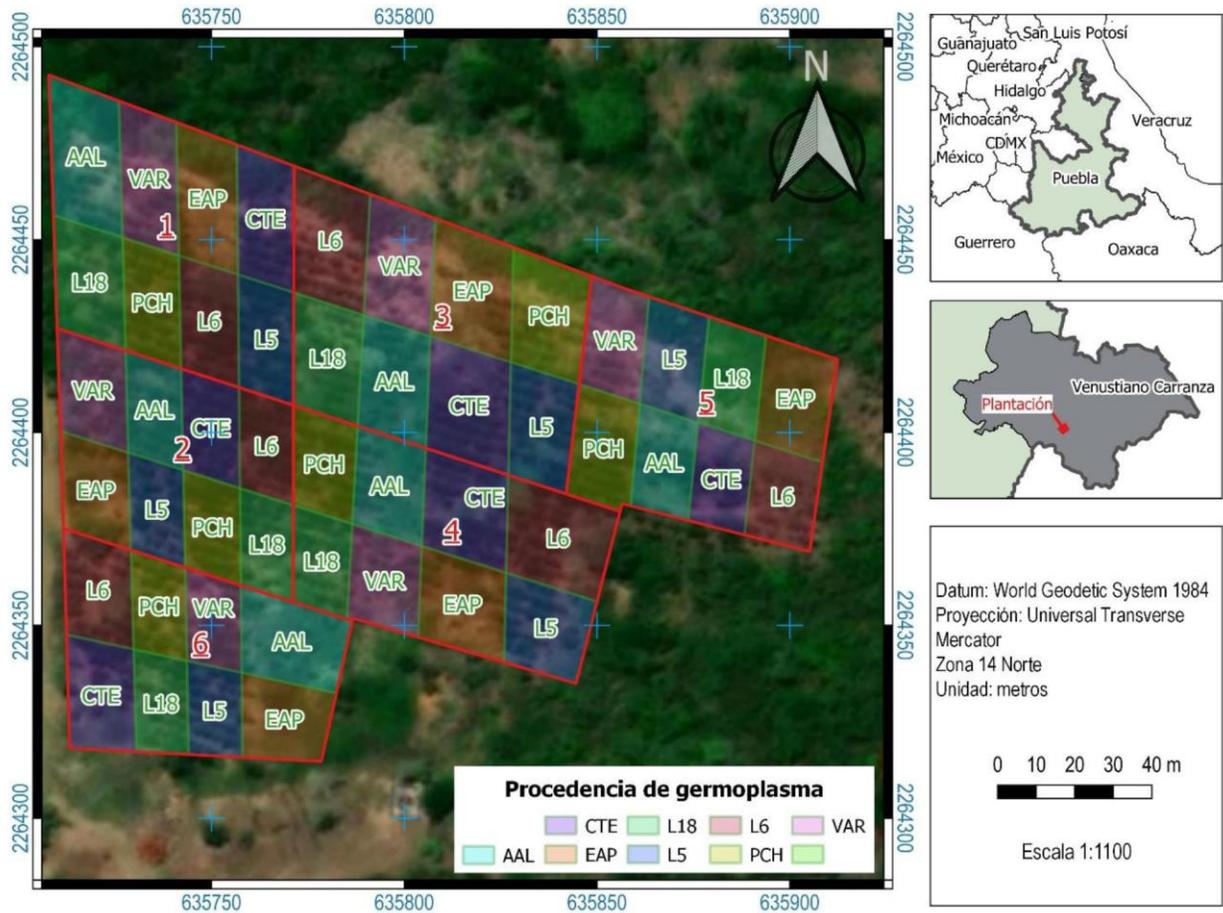


Figura 1. Localización de la plantación de pinos tropicales en la Sierra Norte de Puebla, México.

Tabla 1. Especies e híbridos de pinos de distintas procedencias establecidas en la Sierra Norte de Puebla, México.

Id	Especie/híbrido	Clave de control en el ensayo	Fuente del germoplasma
SP1	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i>	EAP	Argentina
SP2	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	PCH	Australia
SP2	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	VAR	Venezuela
SP3	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i> × <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	L5	Australia
SP3	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i> × <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	L6	Argentina
SP3	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i> × <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	L18	China
SP3	<i>Pinus elliottii</i> var. <i>elliottii</i> × <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	AAL	Argentina
SP4	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i> × <i>Pinus tecunumanii</i>	CTE	Australia

La plantación fue establecida para seleccionar las mejores procedencias con adaptabilidad y mejores características estructurales, deseables para fines maderables y producción de resina, entre otros, con el propósito de propagarlos como plantaciones forestales en la región de estudio. A los seis y siete años de plantación (2022 y 2023), se levantó información de campo. A los árboles se le midió el *dn* con una cinta diamétrica Forestry Supplier modelo 283D/5M® y la *at* con un

clinómetro electrónico Haglöf HEC-MP®. Para probar si las posibles variaciones de la at y el dn fueron diferencialmente afectadas por la fuente del germoplasma (Procedencia), se aplicó un análisis de modelos de efectos mixtos (MEM):

$$Y = XB + Zu + e$$

Donde Y es el vector respuesta (datos), X matriz de efectos fijos, β vector de efectos fijos, Z matriz de diseño para efectos aleatorios, u vector de efectos aleatorios y e vector de residuales (Zuur et al. 2009). Se asume que los vectores de los efectos aleatorios y los errores residuales para los diferentes híbridos son independientes (Gałecki y Burzykowsky 2013).

El MEM permite introducir flexibilidad de correlación entre grupos en el modelo permitiendo la inclusión de efectos fijos y aleatorios (Zuur et al. 2009, Gałecki y Burzykowski 2013). Por consiguiente, en el MEM se analizó el efecto de las procedencias como variables fijas, y considerando la variabilidad atribuible a los bloques, a estos se le consideraron como variables aleatorias; de esta manera se evitan posibles errores de pseudoreplicación (Zuur et al. 2009). El análisis se realizó con el paquete `nlme` en R (R Core Team 2023).

El MEM aplicado, incluyó la varianza aleatoria de la constante dentro de cada bloque, demostrando que la fuente de germoplasma fue un factor importante en el crecimiento en dn y at de los árboles. En consecuencia, una vez que se tuvo en cuenta la variabilidad atribuible al bloque, se implementó una prueba de Tukey para detectar qué medias marginales entre las fuentes de germoplasma fueron estadísticamente diferentes, con el método de ajuste de Bonferroni ($\alpha = 0.05$). Las comparaciones que se obtuvieron mostraron que, a siete años de la plantación, *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (SP2, PCH y VAR) y *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii* (SP4, CTE) resultaron con las mejores características superiores en at y dn , respectivamente (Figura 2). Por lo que a partir de este análisis se integró una base de datos con las dos especies de pino con 1 232 pares de observaciones at y dn distribuidos de la siguiente manera: SP2 = 843 y SP4 = 389.

Con base en Carus y Akguş (2018) y Zhang et al. (2021), y con el uso de la librería `caTools` de R, la base de datos se dividió aleatoriamente en dos subconjuntos: datos de ajuste (80%) y datos de validación (20%). En la Tabla 2 se puede observar que, con los datos de ajuste la SP2 presentó los valores más altos en at y dn , y mayor variabilidad que la SP4, pero con los datos de validación ocurrió lo contrario.

Ecuaciones locales

El análisis de la relación at y dn se realizó en dos etapas (Carus y Akguş 2018). En la primera se utilizó el 80% de los datos para ajustar por especie siete modelos con tres parámetros (Tabla 3). Estos modelos han sido utilizados consistentemente para analizar la relación alométrica at y dn , donde se obtienen resultados confiables (Mehtätalo et al. 2015, Corral-Rivas et al. 2019, Ordóñez-Prado et al. 2023a). En la segunda etapa, estos modelos fueron validados con el 20% de los datos para verificar sus capacidades predictivas.

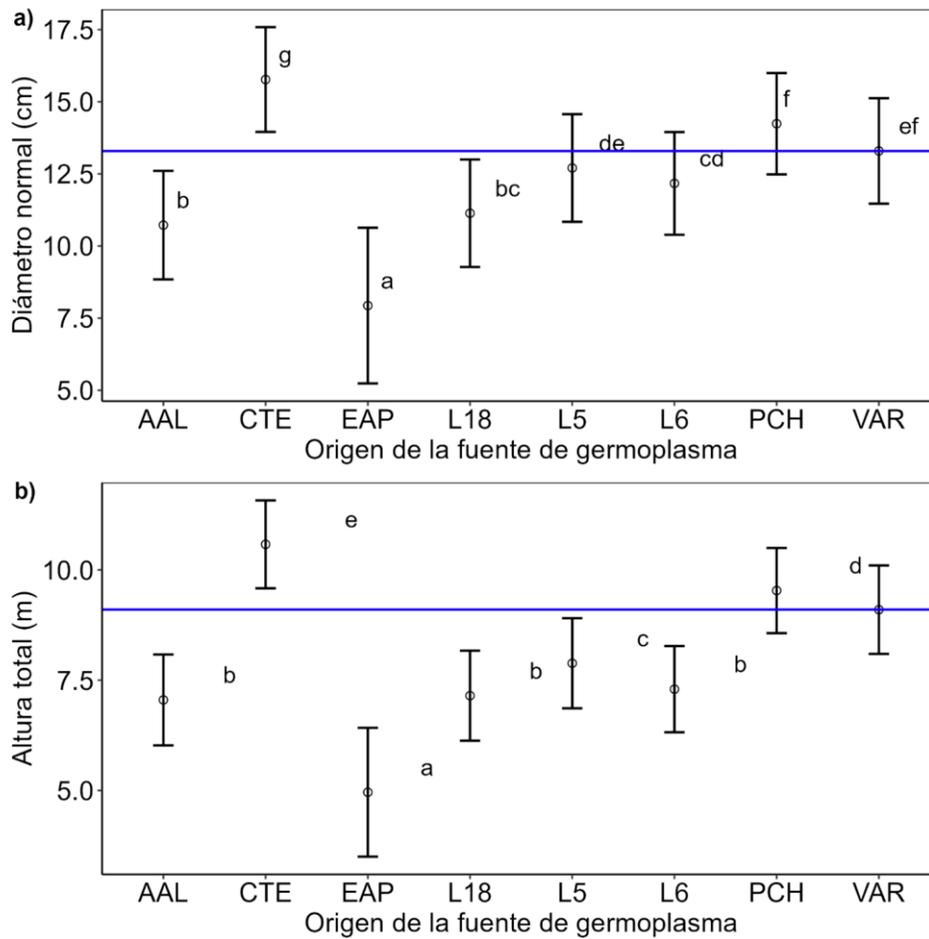


Figura 2. Comparación de medias marginales del diámetro normal (a) y altura total (b) de pinos tropicales con distintas procedencias de germoplasma en la Sierra Norte de Puebla, México. AAL; Argentina (*P. elliotii* var. *elliottii* × *P. caribaea* var. *hondurensis*), CTE; Australia (*P. caribaea* var. *hondurensis* × *P. tecunumanii*), EAP; Argentina (*P. elliotii* var. *elliottii*), L18; China (*P. elliotii* var. *elliottii* × *P. caribaea* var. *hondurensis*), L5; Australia (*P. elliotii* var. *elliottii* × *P. caribaea* var. *hondurensis*), L6; Argentina (*P. elliotii* var. *elliottii* × *P. caribaea* var. *hondurensis*), PCH; Australia (*P. caribaea* var. *hondurensis*), VAR; Venezuela (*P. caribaea* var. *hondurensis*).

Tabla 2. Estadísticos descriptivos de los conjuntos de datos utilizados en el análisis para especies de pinos tropicales en la Sierra Norte de Puebla, México.

Especie	Variable	Ajuste (n = 993)					Validación (n = 239)				
		Min	Max	\bar{y}	DE	CV	Min	Max	\bar{y}	DE	CV
SP2	dn	2.9	21.0	12.8	3.2	0.3	4.0	21.0	12.7	3.5	0.3
	at	2.0	13.1	8.7	2.0	0.2	3.0	13.0	8.4	1.9	0.2
SP4	dn	4.0	26.2	14.8	3.8	0.3	4.7	23.7	14.5	3.8	0.3
	at	2.8	14.7	9.5	2.4	0.2	3.8	13.9	9.5	2.2	0.2

dn: diámetro normal (cm), at: altura total (m), Min: mínimo, Max: máximo, \bar{y} : promedio, DE: desviación estándar, CV: coeficiente de variación.

Tabla 3. Modelos de altura total-diámetro normal ajustados para especies de pinos tropicales en la Sierra Norte de Puebla, México.

Clave	Nombre	Modelo
MOD1	Prodan	$at = 1.3 + \frac{dn^2}{\beta_0 + \beta_1 dn + \beta_2 dn^2}$
MOD2	Logístico	$at = 1.3 + \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 dn}}$
MOD3	Weibull	$at = 1.3 + \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 dn^{\beta_2}})$
MOD4	Gompertz	$at = 1.3 + \beta_0 e^{-\beta_1 e^{-\beta_2 dn}}$
MOD5	Sibbesen	$at = 1.3 + \beta_0 dn^{\beta_1 dn^{-\beta_2}}$
MOD6	Ratkowsky	$at = 1.3 + \beta_0 e^{\frac{-\beta_1}{dn + \beta_2}}$
MOD7	Hossfeld IV	$at = 1.3 + \frac{\beta_0}{1 + \frac{1}{\beta_1 dn^{\beta_2}}}$

dn: diámetro normal (cm); *at*: altura total (m); *E*: edad (años), β_i y δ : parámetros a ser estimados.

Ecuación generalizada

Con la premisa de que la relación alométrica *at* y *dn* de los híbridos es diferente; se desarrolló una ecuación que permita mostrar con mayor precisión la relación *at* y *dn* de las especies, al mismo tiempo ampliar su aplicación en la plantación. Por consiguiente, a las ecuaciones locales se les incluyó la edad como una variable inherente de la población. El análisis consistió en añadir la edad a uno de los parámetros y determinar la combinación con los mejores resultados y parámetros significativos, el ejemplo se muestra enseguida:

$$at = 1.3 + \frac{dn^2}{\beta_0 \ln(E) + \beta_1 dn + \beta_2 dn^2}$$

$$at = 1.3 + \frac{dn^2}{\beta_0 + \beta_1 dn \ln(E) + \beta_2 dn^2}$$

$$at = 1.3 + \frac{dn^2}{\beta_0 + \beta_1 dn + \beta_2 \ln(E) dn^2}$$

Donde *dn*: diámetro normal (cm); *at*: altura total (m); *E*: edad (años); β_i : parámetros a ser estimados; *ln*: logaritmo natural.

Para el análisis de la ecuación generalizada se emplearon las etapas usadas en el ajuste de ecuaciones locales (Carus y Akguş 2018).

Análisis estadístico de las ecuaciones

El ajuste de los modelos *at-dn* fue mediante la técnica clásica de mínimos cuadrados ordinarios no lineales (Corral-Rivas *et al.* 2019, Ordóñez-Prado *et al.* 2023b). Todos los análisis de ajuste estadístico y gráficos se realizaron en R (R Core Team 2023) a través de las librerías nlme (Pinheiro *et al.* 2023) y ggplot2 (Wickham 2009). En la primera fase, la bondad de ajuste de las ecuaciones locales y generalizadas se evaluó a través de indicadores estadísticos: la proporción de la varianza explicada por el modelo corregido por el número de parámetros o coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}), la raíz del error medio cuadrático de la estimación (REMC) y el Criterio de Información de Akaike (AIC) (Xu *et al.* 2022). Para la etapa de validación (segunda fase) se calculó el error absoluto promedio (EAP) y el error porcentual absoluto promedio (EPAP) (Tanovski *et al.* 2023). La mejor ecuación ajustada minimiza los valores de la REMC, el AIC, EAP y EPAP, y maximiza la R^2_{adj} . Con base en los estadísticos de bondad de ajuste, se realizó una clasificación de los modelos *at-dn* locales y generalizados de acuerdo con la metodología usada por Ordóñez-Prado *et al.* (2023a). A cada modelo se le asignó un valor de 1 para el mejor desempeño y un valor 4 para el peor desempeño en cada estadístico. Posteriormente, se sumaron los rangos de cada modelo, obteniendo una clasificación final donde la menor suma de rangos indica el mejor modelo.

$$R^2_{adj} = 1 - \left[\frac{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p)}}{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{(n-1)}} \right]$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}$$

$$AIC = 2p + n \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \right)$$

$$EAP = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

$$EPAP = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i}$$

Donde R^2_{adj} : coeficiente de determinación ajustado; *REMC*: raíz del error medio cuadrático de la estimación; *AIC*: Criterio de Información de Akaike; *EAP*: Error absoluto promedio; *EPAP*: error porcentual absoluto promedio; $y_i, \hat{y}_i, \bar{y}_i$ son los valores observados, predicho y promedio de la variable dependiente, n número de observaciones, p número de parámetros del modelo.

En la fase previa de la selección de los modelos fue notable la presencia de heterocedasticidad en los residuales, por lo que, para alcanzar la homogeneidad de las varianzas se incluyó en los modelos tanto locales como generalizados la función de tipo *VarPower* para ponderar los residuales por una potencia del *dn* (Chenge 2021, R Core Team 2023): $Var(\varepsilon_i) =$

$\sigma^2 |dn_i|^{2\omega}$, donde dn_i es el diámetro normal del árbol i , ω es la potencia de la covariable de la varianza.

Una vez seleccionado los mejores modelos (local y generalizado), se realizaron análisis para verificar el cumplimiento de los supuestos estadísticos y validar la idoneidad del modelo elegido. Se graficaron los valores predichos vs. residuales usando la función `mywhiskers` de la librería `Imfor` en R (Mehtätalo y Kansanen 2022). Se generaron medias de los residuos en 10 clases de dn con la función `mywhiskers` (Kafuti et al. 2022) para observar la tendencia de los promedios calculado a partir de los errores de estimación. Se aplicó la prueba de Shapiro-Wilk (SW) para verificar la normalidad en la distribución de los residuos (Hernández-Ramos et al. 2018). Adicionalmente, se graficó la tendencia biológica de crecimiento de las curvas generadas con el modelo seleccionado vs. los datos observados (Zhang et al. 2021, Lin et al. 2022).

RESULTADOS

Estadísticos descriptivos de SP2 y SP4

En la Tabla 4 se puede observar que SP4 registró los estadísticos descriptivos más altos en dn y at , y con mayor variabilidad con respecto al valor promedio de ambas variables. No obstante, la asimetría del dn y at con respecto a la media ambas especies (SP2 y SP2) fue ligeramente sesgada a la derecha porque los valores de AS fueron negativos pero cercanos al valor de 0. La asimetría del total los datos de at (SP2 y SP4) estuvo ligeramente sesgada a la izquierda. Por otra parte, cada especie, así como el total de los datos, mostraron prácticamente un comportamiento normal porque los valores de la curtosis (CR) mostraron valores cercanos a 0.

Tabla 4. Estadísticos descriptivos de la altura total y diámetro normal de pinos tropicales de la Sierra Norte de Puebla, México.

Especie	Variable	Min	Max	\bar{y}	DE	ES	AS	CR
SP2: <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	dn	3.1	21.0	13.8	3.30	0.16	-0.35	0.23
	at	2.70	13.10	9.34	1.87	0.09	-0.72	0.68
SP4: <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i> × <i>Pinus tecunumanii</i>	dn	6.2	26.2	15.72	3.68	0.26	-0.23	0.34
	at	2.75	14.70	10.59	2.13	0.15	-0.71	0.55
SP2 y SP4	dn	2.0	26.2	12	3.8	0.10	0.0	-0.2
	at	1.9	14.7	7.6	2.2	0.01	0.20	-0.1

dn : diámetro normal (cm), at : altura total (m), Min: mínimo, Max: máximo, \bar{y} : promedio, DE: desviación estándar, ES: error estándar, AS: asimetría, CR: curtosis.

Características estructurales de pinos tropicales

El diámetro normal promedio de los árboles de la SP2 osciló entre 13.29 (± 0.40) y 14.24 (± 0.38) cm, y 15.77 (± 0.40) cm en los árboles de la SP4 (Figura 2a). La altura total promedio fue de 9.10 (± 0.22) y 9.53 (± 0.21) m para la SP2, y 10.58 (± 0.22) m para la SP4 (Figura 2b), respectivamente.

Ecuación local

Los modelos brindaron resultados satisfactorios tanto en el ajuste como en la explicación de la validación. Los mejores modelos explicaron ~61% de la variabilidad observada de los datos de la *at* en función del *dn* de los pinos tropicales de este estudio. En la Tabla 5 se observa que, la SP2 tuvo los mejores indicadores estadísticos (R^2_{adj} , REMC, AIC, EAP y EPAP). En general, todos los modelos mostraron estadísticos de bondad de ajuste similares para estimar la altura de los pinos tropicales. No obstante, los resultados indican que el MOD2 (Logístico) fue mejor para SP2 al estimar la *at* con un error promedio ~1.3 m (REMC), y el MOD3 (Weibull) se ajustó mejor para SP4 con error de estimación de ~1.7 m (REMC) (Tabla 5); todos los parámetros fueron significativos ($p < 0.05$) como se observa en la Tabla 6.

La técnica de ponderación permitió obtener un patrón de distribución de los residuos deseable con respecto a la línea de referencia cero del modelo seleccionado (Figura 3). En la SP4 se observa una ligera variación en las alturas que se encuentran entre 8 a 11 m (Figura 3b).

Tabla 5. Estadísticos de bondad de ajuste de los modelos locales *at* y *dn* de pinos tropicales analizados con la adición de la edad en la Sierra Norte de Puebla, México. Con * están resaltados los modelos seleccionados.

Modelo	Especie	Ajuste			Validación		Calificación Total
		R^2_{adj}	REMC	AIC	EAP	EPAP	
MOD1	SP2	0.6067	1.2631	331.035	0.9930	12.6	22
	SP4	0.5092	1.6613	301.409	1.1700	12.5	21
MOD2	SP2*	0.6080	1.2610	328.603	0.9990	12.7	15.5
	SP4	0.5074	1.6644	302.503	1.1600	12.6	27
MOD3	SP2	0.6068	1.2630	330.853	0.9950	12.7	21.5
	SP4*	0.5097	1.6605	301.153	1.1700	12.6	12.5
MOD4	SP2	0.6078	1.2614	329.077	0.9990	12.7	18.5
	SP4	0.5094	1.6610	301.334	1.1700	12.6	21.5
MOD5	SP2	0.6065	1.2634	331.338	0.9930	12.6	25
	SP4	0.5091	1.6614	301.476	1.1700	12.5	24
MOD6	SP2	0.6072	1.2624	330.161	0.9960	12.6	16.5
	SP4	0.5096	1.6606	301.185	1.1700	12.6	15.5
MOD7	SP2	0.6067	1.2631	330.957	0.9950	12.6	21
	SP4	0.5095	1.6608	301.238	1.1700	12.6	18.5

R^2_{adj} : coeficiente de determinación ajustado; REMC: raíz del cuadrado medio del error; AIC: Criterio de Información de Akaike; EAP: error absoluto promedio; EPAP: error porcentual absoluto promedio. SP2: *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, SP4: *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii*.

Tabla 6. Parámetros de los modelos locales por especie para la relación *at* en función del *dn* de pinos tropicales en la Sierra Norte de Puebla, México.

Especie	Parámetro	Valor	Error estándar	Valor t	Pr > t
SP2: <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	β_0	11.799	0.675	17.480	<0.0001
	β_1	6.914	0.610	11.326	<0.0001
	β_2	0.184	0.017	11.096	<0.0001
SP4: <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i> × <i>Pinus tecunumanii</i>	β_0	15.945	4.819	3.309	<0.0001
	β_1	0.031	0.007	4.746	<0.0001
	β_2	1.181	0.215	5.488	<0.0001

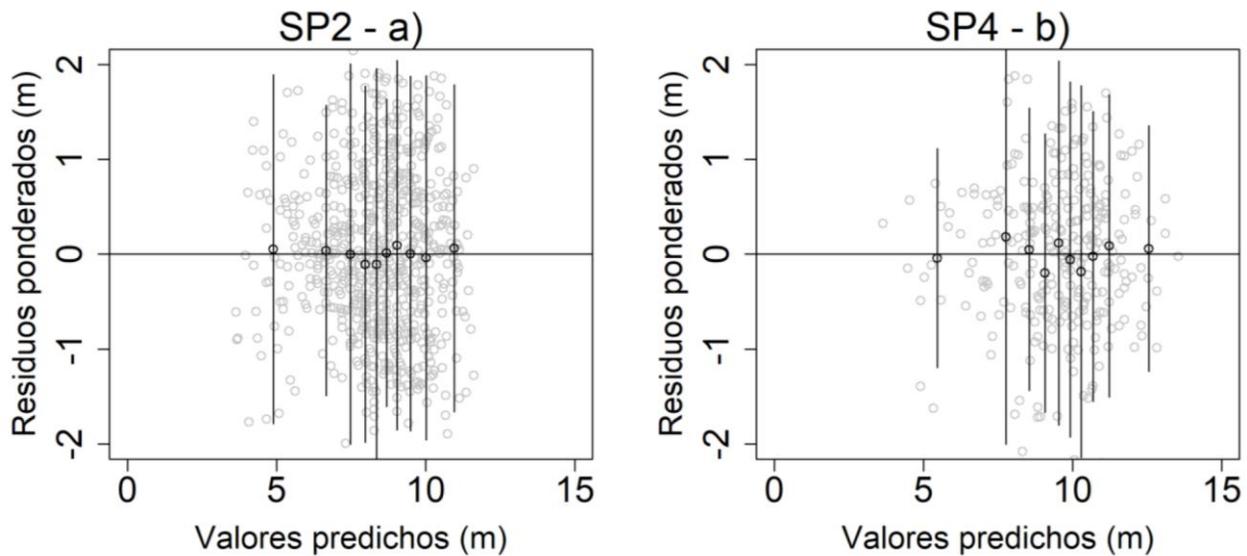


Figura 3. Residuales de los modelos locales para la relación *at* en función del *dn* de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (SP2, a), y el híbrido *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii* (SP4, b).

Ecuación generalizada

A partir de los modelos locales (Tabla 3) y la adición de la edad, estos explicaron ~ 68% de la variabilidad observada en los datos. Los estadísticos de validación muestran que el EAP para la SP2 fue menor a ~ 1 m, mientras que los valores de las SP4 superaron ligeramente dicha unidad. La comparación de las métricas de ajuste y validación indicaron que el MOD2 y MOD3 son los más apropiados para estimar la *at* de los pinos tropicales (Tabla 7). Los valores de los parámetros de los modelos seleccionados fueron significativos ($p < 0.05$) (Tabla 8).

El comportamiento de los valores predichos vs. residuales mostró una tendencia aleatoria alrededor de cero y sin manifestar un patrón definido (Figura 4). El promedio se distribuye alrededor de la línea de referencia (0) y se agrupan en un intervalo de ± 2 m, pero fue más consistente para la SP2 (Figura 4a).

El modelo generalizado permitió observar el comportamiento con los datos observados, cada especie posee un patrón único, por ejemplo, los árboles de la SP2 muestran alturas inferiores en comparación con los árboles de la SP4 (Figura 5). Lo anterior, probablemente se debe a que SP2 todavía está en una fase de rápido crecimiento y no ha alcanzado su punto de inflexión, mientras que SP4 ya empieza a disminuir la velocidad de su tasa de crecimiento.

Tabla 7. Estadístico de bondad de ajuste para modelos generalizados para predecir *at* en función del *dn* de pinos tropicales en la Sierra Norte de Puebla, México. Con * están resaltados los modelos seleccionados.

Modelo	Parámetro relacionado	Especie	Ajuste			Validación		Calificación Total
			R ² _{adj}	REMC	AIC	EAP	EPAP	
MOD1	β_1	SP2	0.6217	1.2387	303.725	1.1700	15.4	35
	β_1	SP4	0.5234	1.6371	292.813	1.1300	13.3	35
MOD2	β_0^*	SP2	0.6704	1.1564	207.421	0.9850	12.7	12
	β_0	SP4	0.5673	1.5598	264.492	1.0400	11.4	21
MOD3	β_0	SP2	0.6696	1.1577	209.008	0.9850	12.7	18
	β_0^*	SP4	0.5709	1.5533	262.050	1.0300	11.5	9
MOD4	β_0	SP2	0.6703	1.1564	207.484	0.9850	12.7	15
	β_0	SP4	0.5694	1.5560	263.070	1.0400	11.4	18
MOD5	β_2	SP2	0.6510	1.1899	247.348	0.9880	12.6	24
	β_2	SP4	0.5442	1.6011	279.783	1.0800	11.8	30
MOD6	β_2	SP2	0.6781	1.1427	190.759	1.0000	13.1	15
	β_2	SP4	0.5701	1.5549	262.635	1.0400	11.4	12
MOD7	β_0	SP2	0.6695	1.1580	209.319	0.9850	12.7	21
	β_0	SP4	0.5700	1.5550	262.687	1.0400	11.4	15

R²_{adj}: coeficiente de determinación ajustado; REMC: raíz del cuadrado medio del error; AIC: Criterio de Información de Akaike; EAP: error absoluto promedio; EPAP: error porcentual absoluto promedio. SP2: *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, SP4: *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii*.

Tabla 8. Parámetros de los modelos generalizados por especie para la relación *at* en función del *dn* de pinos tropicales en la Sierra Norte de Puebla, México.

Especie	Parámetro	Valor	Error estándar	Valor t	Pr > t
SP2: <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	β_0	5.823	0.243	23.991	<0.0001
	β_1	6.566	0.683	9.614	<0.0001
	β_2	0.200	0.017	11.883	<0.0001
SP4: <i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i> × <i>Pinus tecunumanii</i>	β_0	7.580	1.523	4.978	<0.0001
	β_1	0.034	0.009	3.745	<0.0001
	β_2	1.222	0.205	5.949	<0.0001

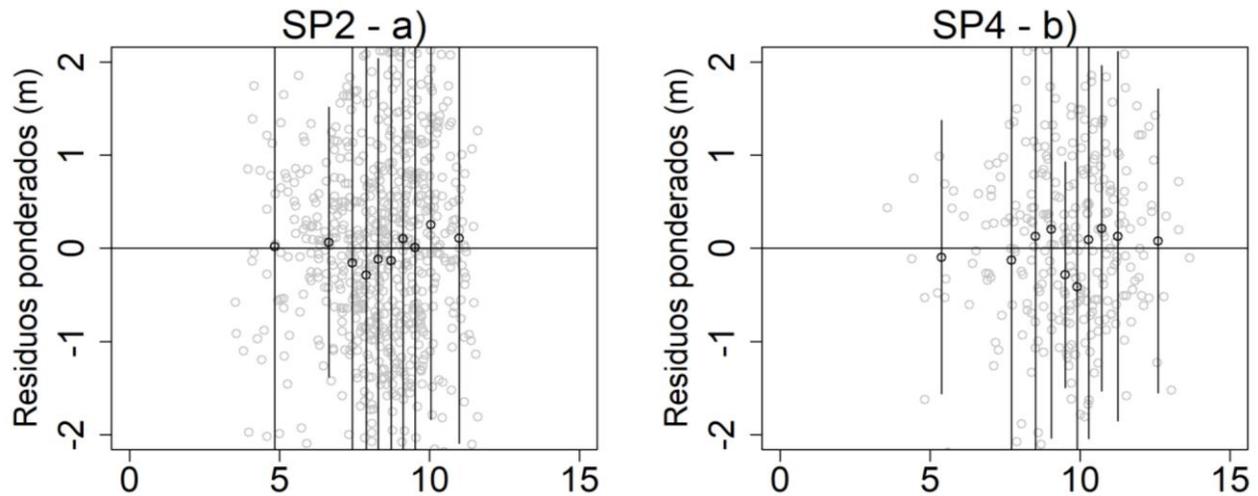


Figura 4. Residuales de los modelos generalizados para la relación altura total en función del diámetro normal de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (SP2, a), y el híbrido *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii* (SP4, b).

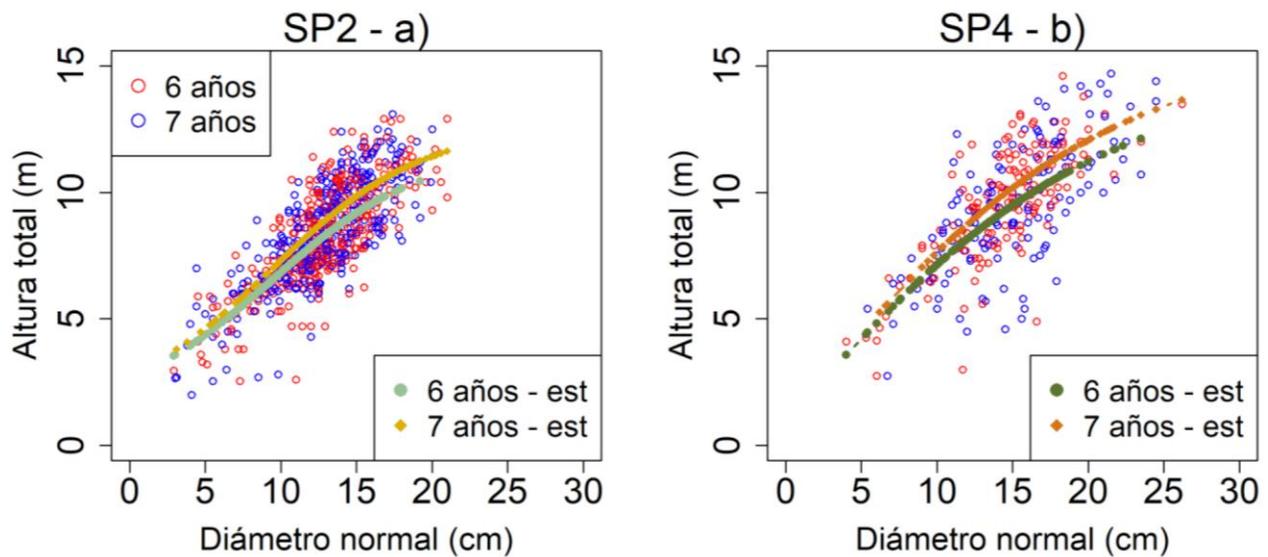


Figura 5. Tendencia de la estimación promedio generada con los modelos generalizados *at-dn* por especie y edad.

DISCUSIÓN

A los siete años de la plantación, la especie SP2, *P. caribaea* var. *hondurensis* (con claves PCH y VAR), así como el híbrido SP4, *P. caribaea* var. *hondurensis* × *P. tecunumanii* (con clave CTE), expresaron sus mejores valores en *at* y *dn*. Estudios similares señalan que, estos tipos de pinos presentan su mejor crecimiento y desarrollo en suelos arcillosos, desde el nivel del mar hasta los 700 msnm, en sitios planos o con pendiente inferiores al 30%, precipitaciones entre 1 000 y 2 000 mm anuales, hasta con cuatro meses secos y temperatura media anual entre 24 °C a 30 °C (Gómez *et al.* 2004, Alvarado *et al.* 2012, González *et al.* 2013). Los pinos evaluados están creciendo en un terreno que está dentro de los valores de las condiciones edafológicas, topográficas y variables

climáticas mencionadas. Al considerar que la plantación corresponde a un ensayo de especies-procedencias, es de esperarse variabilidad en el crecimiento entre especies por la manifestación de los caracteres que son influenciadas por efectos ambientales, genéticos e interacción entre estos, los cuales podrían ser muy altos en algunos casos (Vallejos *et al.* 2010), como ocurrió con SP2 y SP4. Pero es importante realizar estudios sobre plasticidad fenotípica para demostrar si los caracteres dendrométricos expresados por SP2 y SP4 fueron por menor efecto de ambiente e interacción genotipo-ambiente. Para aseverar si estas dos especies se están adaptando a las condiciones del sitio de ensayo a diferencia de las otras variedades de pinos con clave de control AEAP, L5, L6, L18 y AAL, respectivamente.

Se probaron siete funciones matemáticas de tres parámetros (Tabla 3) para evaluar la relación alométrica at y dn de las especies SP2 y SP4, porque fueron los dos grupos de pinos con las mejores expresiones fenotípicas a las condiciones ambientales y topográficas del sitio (Figura 2). Los modelos locales revelaron indicadores de bondad de ajuste similares en el proceso de ajuste como en la validación (Tabla 5). Sin embargo, la función Logística (MOD2) y Weibull (MOD3) describieron de forma más precisa la relación alométrica at y dn observada de los pinos (SP2 y SP4). En el proceso de ajuste las ecuaciones lograron explicar $\sim 61\%$ de la variabilidad observada de los datos (R^2_{adj}) y presentaron valores de predicción (REMC) no mayor a 1.66 m. En la etapa de validación presentó valores menores de EAP y EPAP comparado a los modelos restantes.

La función Logística y de Weibull es utilizada con frecuencia para modelar el crecimiento forestal (Burkhardt y Tomé 2012, Pödör *et al.* 2014) y para analizar las implicaciones de la alometría at y dn de especies forestales en función de la variabilidad climática (Hulshof *et al.* 2015). Al respecto, Ogana *et al.* (2020) lo han aplicado para modelar las relaciones at y dn de árboles en bosques naturales de Nigeria, y Zhang (1997) en coníferas del noreste de los Estados Unidos. En concordancia, Rubio *et al.* (2022) emplearon la función de Weibull para relacionar at y dn para un grupo de coníferas en bosques naturales del norte de Puebla, México.

Varios estudios han usado los indicadores de ajuste para emitir un juicio sobre la calidad del ajuste de un modelo (Quiñónez-Barraza *et al.* 2012, Corral-Rivas *et al.* 2014, García-Cuevas *et al.* 2022). En el presente estudio los valores de R^2_{adj} obtenidos son similares al de otros estudios. Tal es el caso del R^2_{adj} de 0.61 – 0.63% reportado por Arias (2004) al ajustar 26 ecuaciones locales de at y dn para *Pinus caribaea* y otras especies comerciales tropicales. También, del 69% obtenido por Corral-Rivas *et al.* (2014) para especies de coníferas en bosques con manejo forestal al noreste de Durango. Asimismo, fue ligeramente mayor al 59 y 62% registrado por Hernández-Ramos *et al.* (2020) en *Pinus patula* de bosques con aprovechamiento maderable en Ixhuacán de los Reyes, Veracruz. No obstante, fue menor al 45 y 50% reportado por García-Cuevas *et al.* (2022) para *Metopium brownei* en Quintana Roo, México.

Algunos valores bajos del R^2_{adj} que se obtienen en la modelización at y dn se debe a la alta variabilidad en las alturas de la muestra analizada, a la expresión diferenciada de cada fenotipo y su interacción con el ambiente, entre otras causas. Al respecto, Lei *et al.* (2009) concluyeron que se debe al dn como única variable independiente de predicción de la at . No obstante, Huang *et al.* (1992) argumentan que estos resultados dependen del tamaño de las muestras, de los grupos de especies que se evalúan y de las variables y covariables de predicción. Ante este argumento, Hernández-Ramos *et al.* (2020) agregan que aun cuando se empleen técnicas de ajustes de efectos

mixtos, los valores del R^2_{adj} difícilmente sobrepasan el 80%, tal como lo reportaron Corral-Rivas *et al.* (2014) y Ogana (2019) para un grupo de especies tropicales.

Los indicadores de bondad de ajuste superiores que mostraron los modelos generalizados fueron por la inclusión de la edad de la plantación. Esto indica que explicaron 10% más la variabilidad observada en los datos (R^2_{adj}) y el error de predicción se redujo en un 9% (REMC). Por consiguiente, las funciones propuestas les permitirán a los silvicultores de plantaciones estimar la *at* de los árboles usando únicamente el *dn* y la edad, por lo cual no necesitan incluir covariables adicionales (altura dominante, área basal, densidad de árboles, entre otros) que les implicaría mayor trabajo de campo, recursos económicos y tiempo. Por otro lado, cuando se trata del aprovechamiento de un grupo de especies de interés comercial en bosques naturales, o incluso de plantaciones forestales bajo diferentes condiciones de sitio, los modelos generalizados de *at* y *dn* es relevante, ya que permiten una mejor expresión alométrica de la *at* de los árboles en respuesta a diferentes regímenes de manejo, competencia, calidad de sitio y densidad del rodal en la plantación (Huang *et al.* 1992, Prodan *et al.* 1997, Santiago-García *et al.* 2020).

La función generalizada Logística y de Weibull son confiables estadísticamente y parsimoniosas. Dichas funciones son ampliamente utilizadas en estudios de relaciones alométricas *at-dn* en diferentes partes del mundo con resultados satisfactorios (Seki y Sakici 2022, Ordóñez-Prado *et al.* 2023b). El análisis implementado en el presente trabajo, se recomienda ampliarla con la inclusión de otras covariables de estado del rodal en la estructura del modelo y aplicando otros enfoques de ajuste estadístico (i.e. modelos de efectos mixtos con el método de máxima verosimilitud o método Bayesiano) (Hernández-Ramos *et al.* 2020, Santiago-García *et al.* 2020). Dichas técnicas de ajuste podrían ampliar su rango de aplicación a otras condiciones de crecimiento y distribución. Con los enfoques de ajuste mencionados se han realizado varios estudios, como el de Corral-Rivas *et al.* (2014), que añaden la densidad y el índice de sitio en la ecuación generalizada de Bertalanffy-Richards. Mientras que Rubio *et al.* (2022), generalizaron la función de Näslund y Curtis usando el número de árboles por hectárea y diámetro cuadrático; en tanto que Stankova *et al.* (2022), incluyeron los sitios por región geográfica para generalizar el modelo de Burk y Burkhart; o bien, el de Santiago-García *et al.* (2020), quienes emplearon la altura dominante y el diámetro cuadrático para generalizar el modelo de Nilson, Wang y Tang, y Sharma y Parton, respectivamente. Por otra parte, Ordóñez-Prado *et al.* (2023b) usaron modelos de efectos mixtos para modelizar la relación *at* y *dn* de tres especies de bambú en Puebla, México.

La técnica de ponderación permitió obtener un patrón de distribución deseable de los residuos de las ecuaciones locales y generalizadas con respecto a la línea de referencia cero del modelo seleccionado (Figura 3 y 4). Además, en la prueba de SW no se rechazó la hipótesis de normalidad de los residuos debido a que el valor de la prueba en los dos casos fue $SW = 0.98$, y el nivel de significancia fue alto ($p \leq 0.0001$). Estos valores indican que los modelos no violaron los supuestos de la regresión. Además de los indicadores de bondad de ajuste, los resultados obtenidos con la técnica de ponderación y con la prueba SW fueron claves para seleccionar los modelos, tal y como se han realizado en estudios previos (García-Cuevas *et al.* 2017, Hernández-Ramos *et al.* 2018). El comportamiento de los residuales fue congruente con el estudio realizado por García-Cuevas *et al.* (2017); quienes ponderaron la varianza de los residuales de modelos ajustados con ocho especies tropicales en Quintana Roo. En contraste, Quiñóñez-Barraza *et al.*

(2012) observaron una tendencia menos homogénea de los residuos de los modelos ajustados para cinco coníferas al noroeste de Durango.

La relación alométrica at y dn de la SP2 y SP4 con las ecuaciones generalizadas se comportaron con una forma sigmoideal (Figura 5), deseable en este tipo de estudios. Dicha forma sugiere que el crecimiento en altura de las especies tiene un punto de inflexión y alcanza una asíntota cuando llegue a la altura máxima (Kafuti et al. 2022). En el intervalo de datos observados, las ecuaciones describieron con alto realismo la relación at y dn de los árboles de pinos tropicales y con un mínimo error de estimación (Tabla 5 y Figura 5). Por lo tanto, desde un punto de vista biológico y estadístico es aplicable a las especies evaluadas. Esto concuerda con Sharma (2009) quien señala que, además de los criterios de bondad de ajuste, la representación biológica del modelo debe ser una característica deseable en cualquier predicción de variables dasométricas de interés comercial en especies maderables.

La presente investigación es consistente con lo reportado por Guerra-De la Cruz et al. (2019), quienes eligieron la mejor función alométrica de at y dn para *Pinus montezumae* con comportamiento biológico. De igual manera, los hallazgos del presente estudio concuerdan con el estudio de Temesgen et al. (2014). Los autores encontraron diferencias importantes en las relaciones alométricas entre especies. Por consiguiente, Temesgen et al. (2014) sugieren generar una ecuación alométrica por especie para explicar la relación at y dn , tal como lo realizado en este estudio. En consecuencia, se acepta el supuesto de que la relación at y dn es diferente entre ambos grupos de pinos.

CONCLUSIONES

Se generó una función alométrica para estimar la at a partir del dn de árboles de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* y el híbrido *Pinus caribaea* var. *hondurensis* × *Pinus tecunumanii*. La función Logística y de Weibull modificada de la ecuación local, mostró los mejores indicadores de bondad de ajuste y validación apropiada para describir la relación at y dn de cada grupo de pinos. Estas funciones alométricas generalizadas son recomendables para las condiciones del área de estudio. La inclusión de la edad en la función alométrica, le confiere a los manejadores de plantaciones de pinos tropicales predecir de forma confiable y precisa la at de los árboles sin la necesidad de realizar mediciones de alturas en plantaciones mixtas de pino y, sin utilizar otras variables de estado. La información que se genere con la función propuesta puede contribuir a un mejor manejo, planificación y aprovechamiento sostenible de las plantaciones comerciales de *P. caribaea* var. *hondurensis* y el híbrido *P. caribaea* var. *hondurensis* × *P. tecunumanii* de la región de estudio.

AGRADECIMIENTOS

A la empresa Agroforestal Uumbal Veracruz SAPI de C. V. por haber donado las plantas de pinos tropicales a la División de Ingeniería Forestal (IFOR), del Instituto Tecnológico Superior de Venustiano Carranza (ITSVC)

CONFLICTO DE INTERÉS

Los autores declaran que no tienen intereses en competencia.

LITERATURA CITADA

- Arias AD (2004) Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. *Kurú: Revista Forestal (Costa Rica)* 1(2): 1-11.
- Alvarado A, Raigosa J, Oviedo J (2012) Nutrición y fertilización del pino caribeño: (*Pinus caribaea*). Instituto Internacional de Nutrición de Plantas. [chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.ipni.net/publication/ia-lahp.nsf/0/F770BC5268BAB5FE852579A3006D815C/\\$FILE/Nutrici%C3%B3n%20y%20Fertilizaci%C3%B3n%20del%20Pino%20Caribe%C3%B1o.pdf](chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://www.ipni.net/publication/ia-lahp.nsf/0/F770BC5268BAB5FE852579A3006D815C/$FILE/Nutrici%C3%B3n%20y%20Fertilizaci%C3%B3n%20del%20Pino%20Caribe%C3%B1o.pdf). Fecha de consulta: 10 de enero de 2024.
- Boca T, Fassola H, Crechi E, Barth S, Kelle A, Winck R, Ferrere P (2017) Modelos aditivos de predicción de biomasa aérea de *Pinus elliottii* var. *elliottii* x *Pinus caribaea* var. *hondurensis* de Misiones Argentina. *Quebracho (Santiago del Estero)* 25(1): 5-15.
- Burkhardt HE, Tomé M (2012) *Modeling forest trees and stands*. Springer. USA. 457p. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9>.
- Cappa EP, Marcó M, Garth DN, Last IS (2013) Performance of *Pinus elliottii*, *Pinus caribaea*, their F₁, F₂ and backcross hybrids and *Pinus taeda* to 10 years in the Mesopotamia region, Argentina. *New Forests* 44: 197-218. <http://dx.doi.org/10.1007/s11056-012-9311-2>.
- Carus S, Akguş Y (2018) Development of diameter-height models for Stone pine (*Pinus pinea* L.) stands in Tarsus region. *Turkish Journal of Forestry* 19(1): 1-8. <https://doi.org/10.18182/tjf.338311>.
- Chai Z, Tan W, Li Y, Yan L, Yuan H, Li Z (2018) Generalized nonlinear height-diameter models for a *Cryptomeria fortunei* plantation in the Pingba region of Guizhou Province, China. *Web Ecology* 18(1): 29-35. <https://doi.org/10.5194/we-18-29-2018>.
- Chenge IB (2021) Height-diameter relationship of trees in Omo strict nature forest reserve, Nigeria. *Trees, Forests and People* 3: 100051. <https://doi.org/10.1016/j.tfp.2020.100051>.
- Corral-Rivas S, Álvarez-González JG, Crecente-Campo F, Corral-Rivas JJ (2014) Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in Northwestern Durango, Mexico. *Forest Ecosystems* 1(1): 1-9. <https://doi.org/10.1186/2197-5620-1-6>
- Corral-Rivas S, Silva-Antuna AM, Quiñonez-Barraza G (2019) Modelo generalizado no-lineal altura-diámetro con efectos mixtos para siete especies de *Pinus* en Durango, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 10(53): 86-117. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i53.500>.
- Cruz-Cobos F, Quiñonez-Barraza G, Hernández-Merino V, Corral-Rivas S, Nava-Nava A (2023) Sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial para dos especies de *Pinus* en Durango, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 14(77): 76-102. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v14i77.1383>.
- Gałecki A, Burzykowski T (2013) *Linear mixed-effects models using R*. Springer. New York, USA. 326p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3900-4>.
- García-Cuevas X, Hernández-Ramos J, Hernández-Ramos A, Quiñonez-Barraza G, Tamarit-Urías JC, García-Espiza GG (2017) Predicción del diámetro normal, altura y volumen a partir del diámetro del tocón en especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8(43): 89-116.
- García-Cuevas X, Hernández-Ramos J, Tamarit-Urías JC, Hernández-Ramos A, Buendía RE (2022) Modelo local altura-diámetro para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 13(73): 102-127. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v13i73.1199>.
- García E (2004) *Modificaciones al Sistema de Clasificación Climática de Köppen*. Quinta Edición. Ed. Instituto de Geografía, UNAM. Ciudad de México. 97p.
- Gómez FE, González-Abreu A, Grá RH, Ancizar A (2004) Comportamiento de los índices de sitio más empleados para *Pinus caribaea* Mor. var. *caribaea* ante algunos factores edáficos que influyen en su crecimiento y desarrollo. *Foresta Veracruzana* 6(2): 19-26.

- González IE, Barrero MH, Carrasco RY (2013) Evaluación de las clases de calidad de sitio de *Pinus caribaea* var. *caribaea* en la Empresa Forestal Integral Macurije (Pinar del Río, Cuba). *Ecosistemas* 22(3): 46-51. <https://doi.org/10.7818/ECOS.2013.22-3.07>.
- Greaves ED, Marin Y, Visaez F (2015) Forestry plantations of *Pinus caribaea* in Venezuela as a solar energy collector. *Interciencia* 40(7): 457-464.
- Guerra-De la Cruz V, Islas-Gutiérrez F, Flores-Ayala E, Acosta-Mireles M, Buendía-Rodríguez E, Carrillo-Anzures F, Tamarit-Urías JC, Pineda-Ojeda T (2019) Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa, Tlaxcala. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 10(51): 133-156. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i51.407>.
- Hernández-Ramos J, Avilés-Castillo A, García-Magaña JJ, Hernández-Ramos A, García-Cuevas X, Flores-López C (2020) Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para *Pinus patula* Schl. et Cham. en Veracruz, México. *Ecosistemas y recursos agropecuarios* 7(3): 1-11. <https://doi.org/10.19136/era.a7n3.2457>.
- Hernández-Ramos J, García-Cuevas X, Hernández-Ramos A, García-Magaña JJ, Muñoz-Flores HJ, Flores-López C, García-Espinoza GG (2015) Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6(31): 08-21. <https://doi.org/10.29298/rmcf.v6i31.192>.
- Hernández-Ramos J, García-Magaña JJ, Hernández-Ramos A, García-Cuevas X, García-Espinoza GG, Muñoz-Flores HJ, Sáenz-Reyes J (2018) Allometric height-diameter equations for *Pinus pseudostrabus* Lindl. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 5(13): 15-23. <https://doi.org/10.19136/era.a5n13.1131>.
- Huang S, Titus SJ, Wiens DP (1992) Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research* 22(9): 1297-1304. <https://doi.org/10.1139/x92-172>.
- Hulshof CM, Swenson N G, Weiser MD (2015) Tree height-diameter allometry across the United States. *Ecology and evolution* 5(6): 1193-1204. <https://doi.org/10.1002/ece3.1328>.
- Kafuti C, Van den Bulcke J, Beeckman H, Van Acker J, Hubau W, De Mil T, Hatakiwe H, Djiofack B, Fayolle A, Panzou GJL (2022). Height-diameter allometric equations of an emergent tree species from The Congo Basin. *Forest Ecology and Management* 504: 119822. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2021.119822>.
- Lei X, Peng C, Wang H, Zhou X (2009) Individual height-diameter models for young black spruce (*Picea mariana*) and jack pine (*Pinus banksiana*) plantations in New Brunswick, Canada. *The Forestry Chronicle* 85(1): 43-56. <https://doi.org/10.5558/tfc85043-1>.
- Lin F, Xie L, Hao Y, Miao Z, Dong L (2022) Comparison of Modeling Approaches for the Height-diameter Relationship: An Example with Planted Mongolian Pine (*Pinus sylvestris* var. *mongolica*) Trees in Northeast China. *Forests* 13(8): 1168. <https://doi.org/10.3390/f13081168>.
- Liu M, Feng Z, Zhang Z, Ma C, Wang M, Lian BI, Sun R, Zhang L (2017) Development and evaluation of height diameter at breast models for native Chinese *Metasequoia*. *PLoS ONE* 12(8): e0182170. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0182170>.
- López-Sánchez CA, Rodríguez SR, Álvarez GJG (2012) Relación altura-diámetro con parámetros aleatorios para rodales regulares de "*Pseudotsuga Menziesii*" en el norte de España. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales* 34: 135-140.
- Mehtätalo L, De-Miguel S, Gregoire TG (2015) Modeling height-diameter curves for prediction. *Canadian Journal of Forest Research* 45(7): 826-837. <https://doi.org/10.1139/cjfr-2015-0054>.
- Mehtätalo L, Kansanen K (2022) Imfor: Functions for Forest Biometrics. R package version 1.6, <https://CRAN.R-project.org/package=Imfor>. Fecha de consulta: 10 de noviembre de 2023.
- Ogana F (2019) Tree height prediction models for two forest reserves in Nigeria using mixed-effects approach. *Tropical Plant Research* 6(1): 119-128. <https://doi.org/10.22271/tpr.2019.v6.i1.017>.
- Ogana FN, Corral-Rivas S, Gorgoso-Varela JJ (2020) Nonlinear mixed-effect height-diameter model for *Pinus pinaster* Ait. and *Pinus radiata* D. Don. *CERNE* 26(1): 150-161. <https://doi.org/10.1590/01047760202026012695>.
- Ordóñez-Prado C, Tamarit-Urías JC, Nava-Nava A, Acosta-Rodríguez M, Fuentes-López ME (2023a) Mathematical system based on taper functions for distribution by structural product of culms in three giant bamboo taxa. *Forest systems* 32(2): e010. <https://doi.org/10.5424/fs/2023322-19641>.
- Ordóñez-Prado C, Nava-Nava A, Tamarit-Urías JC, Hernández-Zaragoza P (2023b). Ecuaciones para estimar la altura total de culmos comerciales en tres especies de bambú. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 10(3): e3696. <https://doi.org/10.19136/era.a10n3.3696>.

- Özçelik R, Yavuz H, Karatepe Y, Gürlevik N. y Kiriş R (2014) Development of ecoregion-based height-diameter models for 3 economically important tree species of southern Turkey. *Turkish Journal of Agriculture and Forestry* 38(3): 399-412. <https://doi.org/10.3906/tar-1304-115>.
- Pinheiro JC, Bates DM, Team RC (2023) Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. <https://svn.r-project.org/R-packages/trunk/nlme/>. Fecha de consulta: 15 noviembre de 2023.
- Pödör Z, Manninger M, Jereb L (2014) Application of sigmoid models for growth investigations of forest trees. In: van Do T, Thi H, Nguyen N (eds) *Advanced computational methods for knowledge engineering. Advances in intelligent systems and computing*. Vol 282. Springer Cham. Switzerland. pp. 353-364. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06569-4_26.
- Prodan M, Peters R, Cox F, Real P (1997) *Mensura forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la agricultura (IICA). San José, Costa Rica. 586p.
- Quiñónez-Barraza G, Cruz-Cobos F, Vargas-Larreta B, Hernández FJ (2012) Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3(9): 23-40.
- R Core Team (2018) R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>. Fecha de consulta: 25 de octubre de 2023.
- Rubio EAC, Corral RS, López HJA, Chávez DÁA, Xelhuantzi CJ, Jürgen N (2022) Generalized height-diameter models with random effects for natural forests of central Mexico. *CERNE* 28: e103033. <https://doi.org/10.1590/01047760202228013033v>.
- Ruiz-Careaga J, Castelán-Vega R, Tamariz-Flores V, Hernández MA (2014) Componentes del paisaje en el estado de Puebla, México. In: Flores-Domínguez CD, Priego-Santander A, Ruiz-Careaga J (eds) *Ciencias ambientales. Temáticas para el desarrollo*. Volumen VII. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México. pp. 65-72.
- Santiago-García W, Jacinto-Salinas A. H, Rodríguez-Ortiz G, Nava-Nava A, Santiago-García E, Ángeles-Pérez G, Enríquez-del Valle AH (2020) Generalized height-diameter models for five pine species at Southern Mexico. *Forest Science and Technology* 16(2): 49-55. <https://doi.org/10.1080/21580103.2020.1746696>.
- Seki M, Sakici OE (2022) Ecoregional variation of Crimean pine (*Pinus nigra* subspecies *pallasiana* [Lamb.] Holmboe) stand growth. *Forest Science* 68(5-6): 452-463. <https://doi.org/10.1093/forsci/fox030>.
- Sharma R (2009) Modelling height-diameter relationship for Chir pine trees. *Banko Janakari* 19(2): 3-9. <https://doi.org/10.3126/banko.v19i2.2978>.
- SMN (2022) Información Estadística Climatológica. Ciudad de México. <https://smn.conagua.gob.mx/es/climatologia/informacion-climatologica/informacion-estadistica-climatologica>. Fecha de consulta: 10 de octubre de 2023.
- Stankova T, Dimitrova P, Gyuleva V, Stefanova P (2022) Height-diameter relationship of plantation-grown juvenile black locust trees is differentiated according to their growth rate, which is positively affected by spacing. *Folia Forestalia Polonica* 64(4): 195-205. <https://doi.org/10.2478/ffp-2022-0019>.
- Tambarussi EV, Marques E G, Andrejow GMP, Peres FSB, Pereira FB (2018) Análise dialéctica na avaliação do potencial de híbridos de *Pinus elliottii* x *Pinus caribaea* para a formação de populações de melhoramento. *Scientia Forestalis* 46(119): 395-403. <https://doi.org/10.18671/scifor.v46n119.07>.
- Tanovski V, Matović B, Risteski M, Trajkov P (2023) Modelling the tree height-diameter relationship of Macedonian pine (*Pinus peuce* Gris.) forests in North Macedonia. *Journal of Forest Science* 69(11): 497-513.
- Temesgen H, Zhang CH, Zhao XH (2014) Modelling tree height-diameter relationships in multi-species and multi-layered forests: A large observational study from Northeast China. *Forest Ecology Management* 316: 78-89. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2013.07.035>.
- Torres-Ávila D, Santos-Posadas HMDel, Velázquez-Martínez A, Tamarit-Urias JC (2020) Ahusamiento y volumen comercial de tres procedencias de pinos tropicales en plantaciones forestales de Veracruz, México. *Madera y Bosques* 26(3): e2331890. <https://doi.org/10.21829/myb.2020.2631890>.
- Vallejos J, Badilla Y, Picado F, Murillo O (2010) Metodología para la selección e incorporación de árboles plus en programas de mejoramiento genético forestal. *Agronomía Costarricense*, 34(1), 105-119.
- Wickham H (2009) Getting Started with ggplot2. In: *ggplot2. Use R*. Springer Cham. New York, USA. pp. 11-31. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24277-4_2.
- Xu Q, Lei X, Zang H, Zeng W (2022) Climate change effects on height-diameter allometric relationship vary with tree species and size for Larch plantations in northern and northeastern China. *Forests* 13(3): 468. <https://doi.org/10.3390/f13030468>.

- Zhang L (1997) Cross-validation of non-linear growth functions for modelling tree height–diameter relationships. *Annals of Botany* 79(3): 251-257.
- Zhang X, Fu L, Sharma RP, He X, Zhang H, Feng L, Zhou Z (2021) A nonlinear mixed-effects height-diameter model with interaction effects of stand density and site index for *Larix olgensis* in northeast China. *Forests* 12(11): 1460. <https://doi.org/10.3390/f12111460>.
- Zuur AF, Ieno EN, Walker NJ, Saveliev AA, Smith GM (2009) *Mixed effects models and extensions in ecology with R*. Springer-Verlag. New York, USA. 574p. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-87458-6>.