

Modelo dinámico para estimar biomasa y carbono en bosques del norte de México

Dynamic model for estimating biomass and carbon in forests of northern Mexico

Guadalupe Efraín González-Rivas¹ , Benedicto Vargas-Larreta^{2*} , Oscar Alberto Aguirre-Calderón¹ , Eduardo Alanís-Rodríguez¹ , Javier Jiménez-Pérez¹ , Luis Gerardo Cuéllar-Rodríguez¹ 

¹Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma de Nuevo León. Km 145, Carretera Nacional 85, CP. 67700. Linares, Nuevo León, México.

²Tecnológico Nacional de México Campus El Salto. Tecnológico No. 101, La Forestal. CP. 34942. El Salto, Durango, México.

*Autor de correspondencia: bvargas@itelsalto.edu.mx

Artículo científico

Recibido: 02 de abril 2025

Aceptado: 02 de enero 2026

RESUMEN. La biomasa aérea se emplea frecuentemente como indicador de la productividad y la capacidad de almacenamiento de carbono de los bosques. El objetivo de este estudio fue desarrollar un modelo que estimara la biomasa y el carbono en función de variables de rodal. Para ello, se utilizaron datos provenientes de parcelas permanentes establecidas en los bosques del ejido La Ciudad, Durango, donde se registraron el diámetro cuadrático medio, la altura dominante, el volumen y el área basal. Se ajustaron siete funciones de crecimiento para cada una de las variables explicativas, y su desempeño se evaluó mediante el sesgo medio, la raíz del error medio cuadrático (REMC, REMC%), el coeficiente de determinación (R^2) y el criterio de información de Akaike (AIC). Posteriormente, se seleccionó el modelo con el mejor ajuste y comportamiento biológico, y se derivó su forma dinámica a través del enfoque de diferencias algebraicas (ADA) para permitir proyecciones invariantes al estado base. El modelo de Gompertz que incluyó el área basal fue el que mostró el mejor ajuste, con un R^2 de 0.874 y un error relativo de 15%. La formulación dinámica obtenida permitió proyectar la biomasa hacia adelante y hacia atrás en función de cambios en el área basal, y mostró capacidad para representar trayectorias de crecimiento bajo distintos niveles de área basal. Los resultados confirman la utilidad del modelo como herramienta para la planificación forestal, la evaluación de escenarios silvícolas y la estimación de los almacenes de carbono con fines de mitigación climática en bosques naturales.

Palabras clave: Almacenes de carbono, diferencias algebraicas, invarianza, modelo de crecimiento, modelo de rodal.

ABSTRACT. Aboveground biomass is frequently used as an indicator of forest productivity and carbon storage capacity. The aim of this study was to develop a model for estimating biomass and carbon as a function of stand-level variables. We used data from permanent sample plots established in the forests of the ejido La Ciudad, Durango, where quadratic mean diameter, dominant height, volume, and basal area were measured. Seven growth functions were fitted for each explanatory variable, and their performance was evaluated using mean bias, root mean square error (RMSE, RMSE %), coefficient of determination (R^2), and the Akaike Information Criterion (AIC). The model with the best statistical fit and biological behavior was then selected and expressed in dynamic form through the algebraic difference approach (ADA) to allow base-state-invariant projections. The Gompertz model that included basal area provided the best fit, yielding an R^2 of 0.874 and a relative error of 15%. The resulting dynamic formulation enabled forward and backward projections of biomass based on changes in basal area and showed the ability to represent growth trajectories under different basal area levels. The results demonstrate the usefulness of the model as a tool for forest planning, evaluation of silvicultural scenarios, and carbon stock estimation for climate-mitigation purposes in natural forests.

Keywords: Carbon stocks, algebraic difference approach, invariance, growth model, stand model.

Como citar: González-Rivas GE, Vargas-Larreta B, Aguirre-Calderón OA, Alanís-Rodríguez E, Jiménez-Pérez J, Cuéllar-Rodríguez LG (2026) Modelo dinámico para estimar la biomasa y el carbono en bosques del norte de México. Ecosistemas y Recursos Agropecuarios 13(1): e5000. DOI: 10.19136/era.a13n1.5000.

INTRODUCCIÓN

La biomasa aérea se emplea frecuentemente como indicador de la productividad forestal y como base para cuantificar los almacenes de carbono en el diseño de estrategias de mitigación basadas en la naturaleza (Zeng *et al.* 2017, Nyamukuru *et al.* 2023, Ambrosio-Lazo *et al.* 2024). En México, este interés ha crecido a medida que los inventarios forestales y las iniciativas de manejo comunitario requieren herramientas más precisas para evaluar la estructura de los rodales y su potencial para almacenar carbono. La literatura reporta un acervo amplio de ecuaciones alométricas a nivel de especie; sin embargo, los modelos capaces de describir la biomasa a nivel de rodal de forma dinámica siguen siendo escasos, especialmente en bosques manejados. (Návar 2009, Acosta-Mireles *et al.* 2011, Carrillo *et al.* 2016, Fonseca *et al.* 2021, Guzmán-Santiago *et al.* 2024).

La mayor parte de las ecuaciones de biomasa disponibles se han desarrollado a nivel de árbol, donde la biomasa se expresa en función del diámetro normal, la altura total o la densidad de la madera. Este enfoque ha sido útil para desarrollar ecuaciones a nivel de especie en bosques templados y tropicales (Rueda-Sánchez *et al.* 2014, Yepes *et al.* 2016, Bayen *et al.* 2016, Zeng *et al.* 2017, Vargas *et al.* 2017a, Martínez-Domínguez *et al.* 2020, Ambrosio-Lazo *et al.* 2024). No obstante, estas ecuaciones son esencialmente estáticas, es decir, estiman la biomasa en un punto del tiempo, pero no describen su trayectoria ni responden de forma directa a cambios en la estructura derivados del manejo. Además, muchas estimaciones requieren convertir datos de volumen a biomasa mediante factores de expansión o ecuaciones anidadas, lo cual introduce incertidumbre acumulada (Castedo-Dorado *et al.* 2012, Lang *et al.* 2016). Por el contrario, los modelos de crecimiento a nivel de rodal ofrecen una alternativa más directa de conocer la dinámica del carbono a escala de ecosistema, a partir de variables de estado como la densidad, la altura dominante o el área basal. Ecuaciones como las de Gompertz, Chapman-Richards, Korf o Weibull, han sido ampliamente utilizadas por su capacidad para representar el crecimiento en sistemas biológicos (Zeide 1993, Cieszewski y Strub 2008). Este tipo de ecuaciones han mostrado flexibilidad para representar la fase inicial, intermedia y asintótica del crecimiento, por lo que se han utilizado para modelar procesos biológicos como el crecimiento forestal (Gómez-García *et al.* 2014, Seo *et al.* 2023).

En años más recientes, el desarrollo de sistemas dinámicos, en particular aquellos formulados mediante el enfoque ADA (Algebraic Difference Approach), ha permitido convertir estas funciones en modelos capaces de proyectar el estado del rodal sin requerir la edad explícita como variable (Gómez-García *et al.* 2014, Nava-Miranda *et al.* 2025). Este tipo de modelos ofrece varias ventajas, entre las que destacan que son invariantes al estado base, permiten realizar proyecciones hacia adelante o hacia atrás en el tiempo y se ajustan con facilidad con variables de inventario, lo que los convierte en herramientas útiles para evaluar escenarios de manejo o para estimar los cambios en la biomasa bajo diferentes condiciones de densidad y competencia (Cieszewski y Strub 2008).

A pesar de estos avances, en México aún persiste una brecha importante. La mayoría de los modelos dinámicos no utilizan variables de estado estables, fáciles de medir y consistentes con las prácticas silvícolas. Por ejemplo, el volumen, la variable más frecuente, depende de ecuaciones adicionales y su error se propaga entre escalas (Ferrere *et al.* 2014, Graciano-Ávila *et al.* 2019). La altura dominante es difícil de determinar y susceptible a errores sistemáticos, especialmente en bosques irregulares (Clark y Murphy 2011). El diámetro medio cuadrático cambia de manera

inmediata tras las cortas, lo que dificulta su uso como variable de estado (Hernández-Moreno *et al.* 2020). En contraste, el área basal es una variable de rodal vinculada con la competencia, la ocupación del sitio y la estructura del rodal, y puede medirse con precisión en bosques mixtos e irregulares (Castedo-Dorado *et al.* 2012). Además, esta variable captura los cambios estructurales derivados del manejo y su cálculo no depende de ecuaciones intermedias, lo que la convierte en una variable de estado adecuada para incluirse en modelos dinámicos a nivel de rodal.

El ejido La Ciudad, en el estado de Durango, cuenta con uno de los bosques mejor conservados y con mayor productividad en la Sierra Madre Occidental; sin embargo, no dispone de modelos que estimen la biomasa y el carbono a escala de rodal que sean compatibles con los procesos de crecimiento y con las prácticas de manejo aplicadas en la región. Estudios previos han demostrado la alta variabilidad en los almacenes de carbono entre rodales con y sin manejo (Montes-de-Oca-Cano *et al.* 2012, Hernández-Moreno *et al.* 2020) y han resaltado la importancia de contar con herramientas locales para proyectar la biomasa en función de las condiciones estructurales del bosque (Ambrosio-Lazo *et al.* 2024, Guzmán-Santiago *et al.* 2024). Ante esta necesidad, el objetivo del estudio fue desarrollar un modelo de crecimiento que estime la biomasa aérea y los almacenes de carbono y proyecte su evolución en función de variables de rodal, en el ejido La Ciudad, Durango.

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en el ejido La Ciudad, municipio de Pueblo Nuevo, Durango, ubicado en el km 145 de la carretera Durango-Mazatlán, entre los paralelos 105° 41'17" Oeste y 23°44'1" Norte, a una altitud de 2 600 m. El Ejido abarca una superficie total de 13 794.73 ha (RAN 2025) (Figura 1).

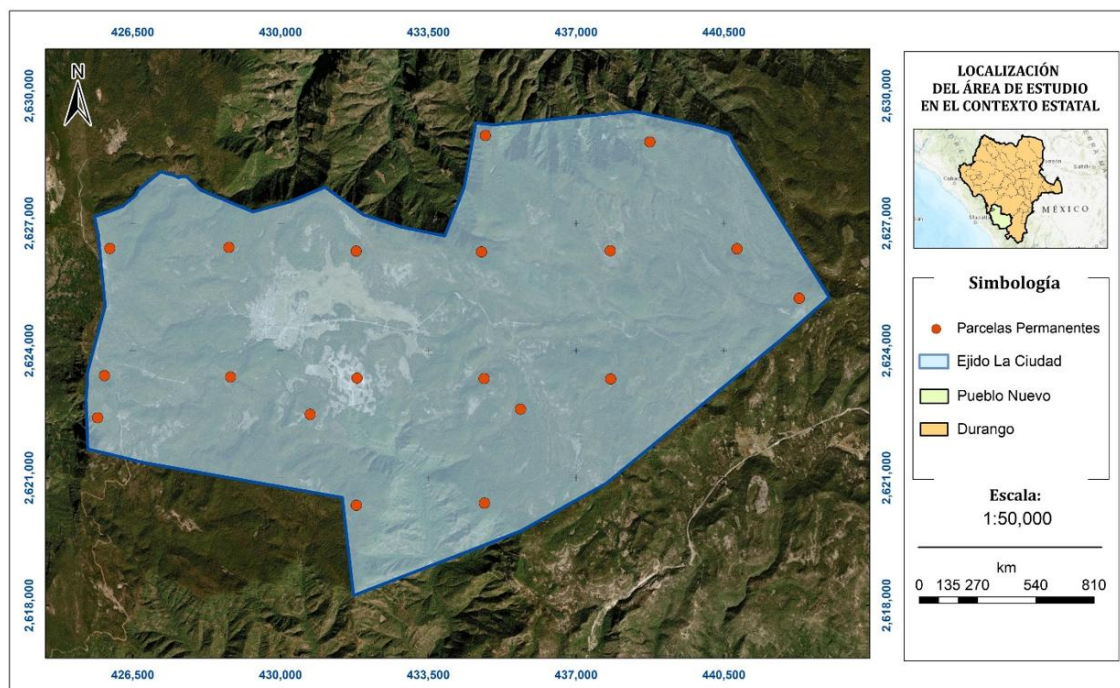


Figura 1. Localización del área de estudio en el contexto estatal (Fuente: INEGI 2023, RAN 2025).

Fuente de información

Los datos se obtuvieron de 19 parcelas pertenecientes a la Red de Parcelas Permanentes de Investigación Forestal y de Suelos (Corral-Rivas *et al.* 2009). Las parcelas tienen una superficie de 2 500 m² (50 x 50 m) y fueron establecidas mediante muestreo sistemático con un rango de separación de 3 a 5 km. Se consideraron solo aquellas parcelas que contaran con cuatro mediciones, las cuales se realizaron en 2008, 2013, 2018 y 2023. En cada parcela se registró la especie y coordenadas de cada árbol y se midió el diámetro a la altura del pecho (D , en cm) y la altura total (H , en m). Solo se consideraron árboles con diámetro mayor o igual a 7.5 cm. A partir de los datos de D y H se calcularon las siguientes variables de rodal para cada parcela y año de medición: número de árboles (N , árb. ha⁻¹), área basal (G , m² ha⁻¹), diámetro medio cuadrático (D_g , cm), altura dominante (H_0 , m) y volumen (V , m³ ha⁻¹), el cual fue calculado con las ecuaciones desarrolladas por Cruz-Cobos *et al.* (2016) y Vargas-Larreta *et al.* (2017a). La edad no fue considerada como una variable explicativa en los modelos de crecimiento debido a las siguientes consideraciones: 1) no estaba disponible para todas las parcelas utilizadas en el análisis; 2) no es fácil obtener una edad promedio o representativa de las masas forestales mezcladas e irregulares; y 3) su ausencia facilita la aplicación de los modelos porque no suele medirse en la totalidad de los árboles durante los inventarios forestales.

Cuantificación de la biomasa y el carbono

La biomasa área de cada parcela y año de medición se calculó mediante las ecuaciones alométricas desarrolladas por Vargas-Larreta *et al.* (2017b). Este estudio incluye ecuaciones que estiman la biomasa (W_i , kg árbol⁻¹) por componente arbóreo (fuste, corteza, ramas, follaje y total). Una vez calculada la biomasa total, el contenido de carbono se estimó multiplicando dicha biomasa por la proporción de carbono por especie reportada por Vargas-Larreta *et al.* (2017b). La biomasa y contenido de carbono total por parcela se transformaron a Megagramos (Mg) y se extrapolaron a valores por hectárea (ha). En la Tabla 1 se presenta el resumen de las variables de rodal utilizadas en el ajuste de los modelos de crecimiento.

Modelos de crecimiento

En una primera fase se realizó un análisis visual de los datos de diámetro cuadrático medio (D_g), altura dominante (H_0), volumen (V) y área basal (G) contra la biomasa total con el propósito de identificar posibles correlaciones y seleccionar las variables independientes de los modelos (Figura 2).

Posteriormente, se ajustaron modelos de crecimiento que incluyeron como variables el área basal, la altura dominante, el diámetro medio cuadrático y el volumen. Se evaluaron los modelos lineal, exponencial, logístico, de Korf, de Gompertz, de Weibull y de Chapman-Richards, que han sido utilizados ampliamente en modelización forestal (Kiviste *et al.* 2002). Los modelos no lineales presentan una curva sigmoidea que plantea la hipótesis de un patrón de crecimiento asintótico, el cual se considera una propiedad que deben tener los modelos de crecimiento forestal (Seo *et al.* 2023). La expresión matemática de los modelos evaluados se presenta en la Tabla 2.

Tabla 1. Estadísticas dasométricas de las variables de rodal por inventario (2008 - 2023).

Inventario	N (arb. ha ⁻¹)	Dg (cm)	H ₀ (m)	G (m ² ha ⁻¹)	V (m ³ ha ⁻¹)	W _t (Mg ha ⁻¹)	C _t (Mg ha ⁻¹)
2008							
Mínimo	280.0	16.7	12.9	6.1	37.5	21.9	10.7
Máximo	1112.0	33.0	26.6	34.2	422.2	298.5	149.9
Promedio	593.8	22.4	20.5	22.2	232.6	162.8	80.2
Desv. Est.	232.4	4.9	4.4	6.6	95.7	71.1	35.5
2013							
Mínimo	252.0	18.8	13.5	8.2	40.4	31.4	15.3
Máximo	1088.0	35.3	28.0	34.7	434.9	308.6	155.0
Promedio	567.0	24.2	22.2	24.7	271.4	190.1	93.5
Desv. Est.	218.2	4.9	4.6	6.7	103.4	77.7	38.7
2018							
Mínimo	256.0	18.9	13.6	9.4	54.2	36.6	17.8
Máximo	976.0	37.8	28.3	35.5	467.2	341.1	171.3
Promedio	577.5	25.2	23.0	27.1	307.0	214.6	105.5
Desv. Est.	206.4	5.3	4.8	7.3	117.1	89.0	44.0
2023							
Mínimo	248.0	18.9	14.0	9.6	64.2	43.5	21.1
Máximo	964.0	38.1	28.5	37.2	474.4	359.6	161.5
Promedio	576.3	25.3	22.5	27.6	309.5	219.3	105.9
Desv. Est.	207.0	4.9	4.8	8.4	126.2	94.7	46.6

Desv. Est. = Desviación estándar.

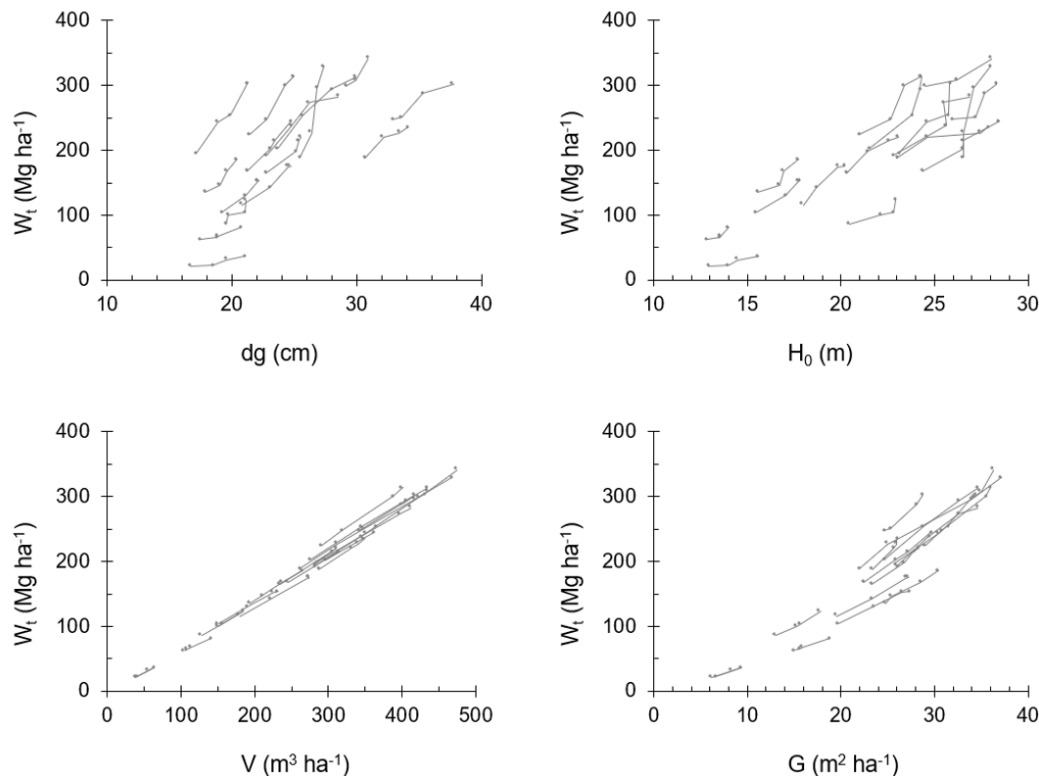


Figura 2. Relación entre las variables de rodal (Dg , H_0 , V y G) y la biomasa total (W_t).

Tabla 2. Modelos de crecimiento ajustados.

Modelo	Expresión matemática
Lineal	$Y = a \cdot (b \cdot X)$
Exponencial	$Y = a \cdot e^{b \cdot X}$
Logístico	$Y = \frac{a}{(1 + b \cdot e^{(-c \cdot X)})}$
Korf	$Y = a \cdot e^{(-b \cdot X^{(-c)})}$
Gompertz	$Y = a \cdot e^{(-b \cdot e^{(-c \cdot X)})}$
Weibull	$Y = a \cdot (1 - e^{(-b \cdot X)^c})$
Chapman-Richards	$Y = a \cdot (1 - e^{(-b \cdot X)})^c$

Y = biomasa total (W_t); X = variables de rodal (Dg , H_0 , G , V); e = número de Euler; a , b y c = parámetros estimados por el modelo.

Evaluación del ajuste de los modelos

El rendimiento de los modelos se evaluó utilizando estadísticos de bondad de ajuste comúnmente reportados en la literatura, entre los cuales se incluyen el sesgo ($\bar{e}$), la raíz del error medio cuadrático ($REMC$), la $REMC$ porcentual ($REMC \%$), el coeficiente de determinación (R^2) y el criterio de información de akaike (AIC). Estos estadísticos se expresan de la siguiente forma:

$$\bar{e} = \frac{\sum_{n=i}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n}$$

$$REMC = \frac{\sqrt{\sum_{n=i}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}}{n}$$

$$REMC \% = \frac{REMC}{\bar{y}_i} \cdot 100$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{n=i}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{n=i}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}$$

$$AIC = -2 \cdot \log(L) + 2 \cdot p$$

Donde $\hat{y}_i$, y_i y $\bar{y}_i$ son los valores predichos, observados y promedio de la biomasa ($Mg \text{ ha}^{-1}$) respectivamente; n es el número de observaciones, p es el número de parámetros del modelo y $\log(L)$ es el logaritmo de la verosimilitud.

Además, se realizó un análisis visual de los errores graficando los valores predichos contra los residuos de cada modelo, con la finalidad de detectar posibles problemas de heterocedasticidad. Además, las curvas de crecimiento generadas con cada modelo se sobrepusieron sobre los datos originales para analizar su comportamiento en la predicción del crecimiento de la biomasa en relación al área basal de los rodales. El modelo final se seleccionó considerando la significancia de los parámetros, la mejor bondad de ajuste y el comportamiento biológico al predecir la biomasa. El ajuste de los modelos se llevó a cabo en el paquete *minpack.lm* (Elzhov *et al.* 2016) del programa *R* versión 4.5.1 (R Core Team 2025).

Derivación de la ecuación dinámica de crecimiento

Una vez seleccionado el mejor modelo se utilizó el enfoque de Diferencias Algebraicas (ADA) (Bailey y Clutter 1974, Cieszewski y Bailey 2000), que permite transformar modelos de crecimiento

estáticos en ecuaciones dinámicas e invariantes al estado base, por lo que ha sido ampliamente aplicado en la modelización del crecimiento forestal (Burkhart y Tomé 2012). Para su derivación se parte de un modelo base que describe el crecimiento acumulado de una variable dependiente Y (biomasa, volumen o altura) en función de una variable independiente X (edad, área basal, densidad, entre otras):

$$Y = f(A, \theta, X)$$

Donde A representa la asíntota o valor máximo teórico alcanzable, y θ es el vector de parámetros que controlan la forma y la tasa del crecimiento. El primer paso consiste en transformar el modelo en una expresión que permita separar los parámetros asociados al estado inicial. Para ello, la variable dependiente se transforma dividiéndola entre el valor de la asíntota y aplicando una transformación logarítmica o equivalente:

$$\ln\left(\frac{Y}{A}\right) = g(\theta, X)$$

Esta transformación facilita la comparación entre dos estados del mismo sistema, representados por (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) :

$$\ln\left(\frac{Y_1}{A}\right) = g(\theta, X_1), \quad \ln\left(\frac{Y_2}{A}\right) = g(\theta, X_2)$$

Si la función $g(\theta, X)$ puede separarse en un término dependiente θ que represente la parte paramétrica del modelo, y otro que represente la variable independiente $\varphi(X)$, es posible eliminar el parámetro dependiente del estado inicial mediante la razón entre ambas expresiones:

$$\frac{g(\theta, X_2)}{g(\theta, X_1)} = \frac{\varphi(X_2)}{\varphi(X_1)}$$

De este modo se obtiene una relación invariante que vincula los dos estados, independiente de los parámetros iniciales. Reemplazando $g(\theta, X)$ en las ecuaciones anteriores, se obtiene la relación general entre Y_1 y Y_2 :

$$\frac{\ln\left(\frac{Y_2}{A}\right)}{\ln\left(\frac{Y_1}{A}\right)} = \Psi(X_2, X_1, \theta')$$

Donde $\Psi(X_2, X_1, \theta')$ representa una función de transición que depende únicamente de los parámetros invariantes del modelo y de la diferencia entre X_2 y X_1 . Finalmente, la ecuación de crecimiento en diferencias algebraicas se expresa como:

$$Y_2 = A \cdot \exp\left[\ln\left(\frac{Y_1}{A}\right) \cdot \Psi(X_2, X_1, \theta')\right]$$

La expresión anterior constituye la forma general del modelo ADA, que permite estimar el valor de la variable dependiente en un estado futuro (Y_2) a partir de un estado inicial (Y_1), manteniendo la coherencia funcional con el modelo base. La función Ψ se define según la forma matemática del modelo base, por ejemplo, en el modelo de Gompertz (1940):

$$\Psi = e^{-k(X_2, X_1)}$$

o en el modelo de Chapman-Richards (1930):

$$\Psi = \frac{1 - e^{-k \cdot X_2}}{1 - e^{-k \cdot X_1}}$$

El enfoque ADA conserva las propiedades biológicas del modelo base y asegura la compatibilidad estructural entre proyecciones sucesivas (Torres-Rojó 2001), ya que cumple la condición de invarianza al estado base:

$$\Psi(X_3, X_1) = \Psi(X_3, X_2) \cdot \Psi(X_2, X_1)$$

En consecuencia, el modelo puede emplearse para realizar proyecciones hacia adelante ($X_2 > X_1$) o hacia atrás ($X_2 < X_1$) sin pérdida de consistencia matemática.

RESULTADOS

Selección del mejor modelo

En la Tabla 3 se presentan los parámetros de los modelos evaluados, sus errores estándar y nivel de significancia, mientras que la Tabla 4 resume los principales estadísticos de ajuste.

Tabla 3. Estimadores de los parámetros de los modelos de crecimiento evaluados.

Modelo	<i>a</i>			<i>b</i>			<i>c</i>		
	Estimador	E_std	<i>p</i> -valor	Estimador	E_std	<i>p</i> -valor	Estimador	E_std	<i>p</i> -valor
<i>D_g</i> (cm)									
Lineal	-81.291	39.174	4.2E-02	11.429	1.585	1.1E-09			
Exponencial	62.598	12.555	5.4E-06	0.046	0.007	3.7E-08			
Logístico	281.450	19.925	2.0E-16	784.155	1271.542	0.540 ^{ns}	0.328	0.083	2.0E-04
Korf	353.206	81.351	5.5E-05	5831.324	22502.514	0.796 ^{ns}	2.930	1.364	0.036
Gompertz	288.977	25.025	2.0E-16	76.295	97.031	0.435 ^{ns}	0.231	0.068	0.001
Weibull	288.953	25.195	2.0E-16	0.231	0.069	2.0E-16	74.919	97.906	9.2E-06
Chapman-Richards	274.607	16.965	2.0E-16	0.046	0.002	0.001	4.772	0.984	0.447 ^{ns}
<i>H₀</i> (m)									
Lineal	-138.504	28.650	9.4E-06	15.147	1.272	1.5E-17			
Exponencial	32.311	7.118	2.7E-05	0.079	0.009	1.1E-12			
Logístico	309.565	40.989	2.9E-10	85.729	75.822	0.263 ^{ns}	0.231	0.059	0.001
Korf	470.413	225.322	0.041	277.515	660.090	0.676 ^{ns}	1.876	0.961	0.056 ^{ns}
Gompertz	344.697	69.916	6.8E-06	11.680	7.885	0.144 ^{ns}	0.141	0.050	0.006
Weibull	300.120	47.665	3.9E-08	0.047	0.005	1.0E-13	3.201	0.713	3.3E-05
Chapman-Richards	352.418	83.489	8.4E-05	0.130	0.057	0.027	9.384	7.844	0.236 ^{ns}
<i>G</i> (m² ha⁻¹)									
Lineal	-73.407	14.166	2.6E-06	10.599	0.537	3.4E-28			
Exponencial	41.358	4.764	3.0E-12	0.058	0.004	2.0E-16			
Logístico	420.350	62.137	6.3E-09	26.374	7.316	0.001	0.121	0.020	8.4E-08
Korf	11608.396	45617.046	0.800 ^{ns}	13.688	2.884	1.3E-05	0.372	0.358	0.302 ^{ns}
Gompertz	626.675	201.580	0.003	4.546	0.589	1.5E-10	0.053	0.015	0.001
Weibull	881.366	1195.486	0.464 ^{ns}	0.018	0.019	0.351 ^{ns}	1.752	0.406	6.1E-05
Chapman-Richards	1590.995	3002.271	0.598 ^{ns}	0.015	0.027	0.572 ^{ns}	1.885	0.734	0.013

E_std = error estándar, ^{ns} = no significativo para $p < 0.05$.

Tabla 4. Estadísticos de bondad de ajuste de los modelos de crecimiento evaluados.

Modelo	$\bar{e}$	REMC (Mg ha ⁻¹)	REMC (%)	R ²	AIC
Dg (cm)					
Lineal	0.000	61.42	31.43	0.460	703.6
Exponencial	-0.970	64.82	33.17	0.399	710.4
Logístico	0.382	55.51	28.41	0.559	692.9
Korf	-1.979	57.08	29.21	0.534	696.4
Gompertz	0.307	56.04	28.68	0.551	694.1
Weibull	0.400	55.14	28.22	0.565	692.0
Chapman-Richards	0.314	56.04	28.68	0.550	694.1
H₀ (m)					
Lineal	0.000	45.84	23.46	0.699	666.8
Exponencial	-1.043	48.86	25.01	0.658	674.8
Logístico	-0.213	45.60	23.34	0.702	668.1
Korf	-0.067	45.41	23.24	0.705	667.6
Gompertz	-0.105	45.46	23.27	0.704	667.7
Weibull	-0.163	45.49	23.29	0.704	667.8
Chapman-Richards	-0.102	45.45	23.26	0.704	667.7
G (m² ha⁻¹)					
Lineal	0.000	30.73	15.73	0.865	616.4
Exponencial	-1.324	32.73	16.75	0.847	624.3
Logístico	-0.255	29.84	15.27	0.873	614.6
Korf	0.808	29.76	15.23	0.873	614.3
Gompertz	-0.038	29.66	15.18	0.874	613.9
Weibull	0.078	29.66	15.18	0.874	613.9
Chapman-Richards	0.088	29.67	15.18	0.874	613.9

Los modelos lineal y exponencial mostraron parámetros significativos al usar *Dg* como variable independiente, pero presentaron errores relativamente altos ($REMC = 31 - 33\%$) y R^2 bajos (0.40 - 0.46). Entre los no lineales, Weibull, Logístico y Gompertz presentaron los mejores ajustes ($REMC \approx 28\%$, $R^2 = 0.55 - 0.57$), con los valores de *AIC* más bajos (692 - 694); sin embargo, algunos parámetros no fueron significativos.

Los ajustes con *H₀* presentaron menor error absoluto ($REMC \approx 23 - 25\%$) y mayor R^2 (0.65 - 0.70), pero como en el caso de *Dg*, algunos parámetros de los modelos no lineales no fueron significativos. Los modelos que incluyeron el área basal fueron superiores. El modelo lineal mostró un buen ajuste ($REMC = 15.7\%$, $R^2 = 0.865$, $AIC = 616$), pero los modelos no lineales redujeron aún más el error. Los modelos Logístico, Korf, Gompertz, Weibull y Chapman-Richards alcanzaron valores casi idénticos de *REMC* (15.18 - 15.27%), con $R^2 = 0.873 - 0.874$ y *AIC* entre 613.9 y 614.6, lo que evidencia una alta consistencia al predecir la biomasa.

La Figura 3 compara el comportamiento de siete modelos de crecimiento al relacionar la biomasa de rodal con las tres variables explicativas (D_g , H_0 y G). En el caso del diámetro cuadrático (D_g), el modelo lineal y el exponencial tendieron a subestimar y sobreestimar en los extremos, mientras que los modelos no lineales generaron curvas que no lograron ajustarse con precisión a la dispersión de los datos.

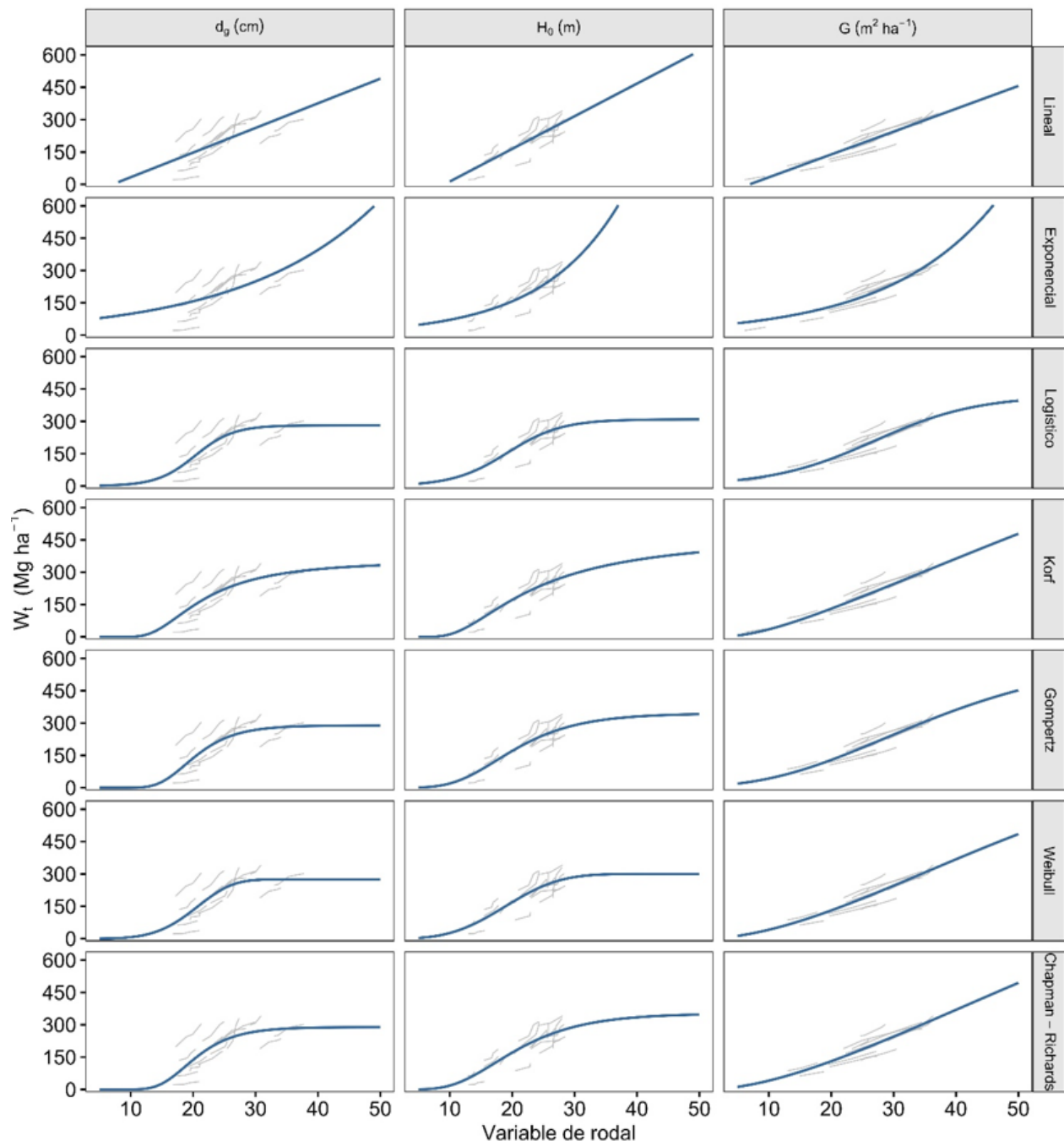


Figura 3. Comportamiento de las curvas de biomasa generadas con los modelos de crecimiento evaluados.

Con la altura dominante (H_0), la forma de las curvas de los modelos no lineales fue más consistente que con Dg , pero no describieron totalmente la tendencia de los datos. En cambio, las curvas generadas con el área basal (G) mostraron el patrón más claro y estable de todo el conjunto de datos, excepto los modelos lineal y exponencial. El modelo lineal reproduce de manera relativamente adecuada el comportamiento de los datos, aunque no refleja la desaceleración gradual en los valores altos de G . El modelo exponencial sobreestima la biomasa en los valores más altos de G , mientras que los modelos de Weibull, Chapman–Richards y Korf no lograron alcanzar una trayectoria coherente en todo el rango observado, ya que la curva generada se asemeja más a una relación lineal. El modelo logístico presenta una asíntota muy evidente, lo que significa que la biomasa se estabiliza aún y cuando el área basal aumenta, lo cual no es biológicamente coherente. En este caso, la curva generada por el modelo Gompertz es la que mejor representa el comportamiento real de los datos, con una fase inicial de crecimiento lento, seguida de una aceleración gradual que refleja la tendencia empírica de los datos y se aproxima al límite superior sin mostrar cambios bruscos en la pendiente ni una convergencia anticipada a la asíntota.

La Figura 4 muestra los valores predichos contra los residuales para las variables de rodal y modelos evaluados. En los ajustes basados en el diámetro cuadrático (Dg), los residuales mostraron una dispersión amplia, lo que refleja que los modelos, independientemente de su forma funcional, no logran captar adecuadamente la variación de la biomasa asociada al Dg . En el caso de la altura dominante (H_0), los residuales evidenciaron un patrón más compacto, aunque persisten zonas donde los modelos tienden a sobreestimar o subestimar bastante la biomasa, particularmente en el rango medio de predicciones. En el caso de G , los residuales mostraron una distribución más homogénea y cercana a la línea del cero, con menor amplitud y sin tendencias sistemáticas. La dispersión de los puntos no presentó agrupamientos ni patrones en los extremos, lo que indica homocedasticidad y ausencia de sesgo. Entre los modelos evaluados, Gompertz, Weibull, Chapman–Richards y Logístico mostraron los residuales más equilibrados; sin embargo, los errores de Gompertz tuvieron una dispersión más reducida y uniforme a lo largo de todo el rango de biomasa predicha.

La comparación de la biomasa observada con la biomasa predicha por cada modelo y variable explicativa se muestra en la Figura 5. En los modelos que incluyen el diámetro cuadrático (Dg), la dispersión alrededor de la línea 1:1 fue amplia y presentaron un sesgo evidente en los extremos, donde los valores altos fueron subestimados y los bajos sobreestimados. En los modelos basados en la altura dominante (H_0), la relación mejoró ligeramente, con una nube de puntos más alineada a la diagonal, aunque persistió una tendencia evidente a subestimar los valores medios de biomasa y sobreestimar los altos, especialmente en los modelos lineal y exponencial. Las estimaciones de los modelos no lineales se distribuyeron más cerca de la diagonal, pero aún mostraron ligeras desviaciones sistemáticas hacia arriba o hacia abajo en los extremos de los valores de biomasa. En los modelos ajustados con el área basal (G), la dispersión de los valores predichos fue mucho más compacta, cercana a la línea 1:1 y sin evidencias de sesgo sistemático en los valores bajos, medios o altos de biomasa. Dentro del conjunto de modelos no lineales, el modelo de Gompertz fue el que logró una alineación más cercana con los valores observados, lo que coincide con sus mejores estadísticos de ajuste.

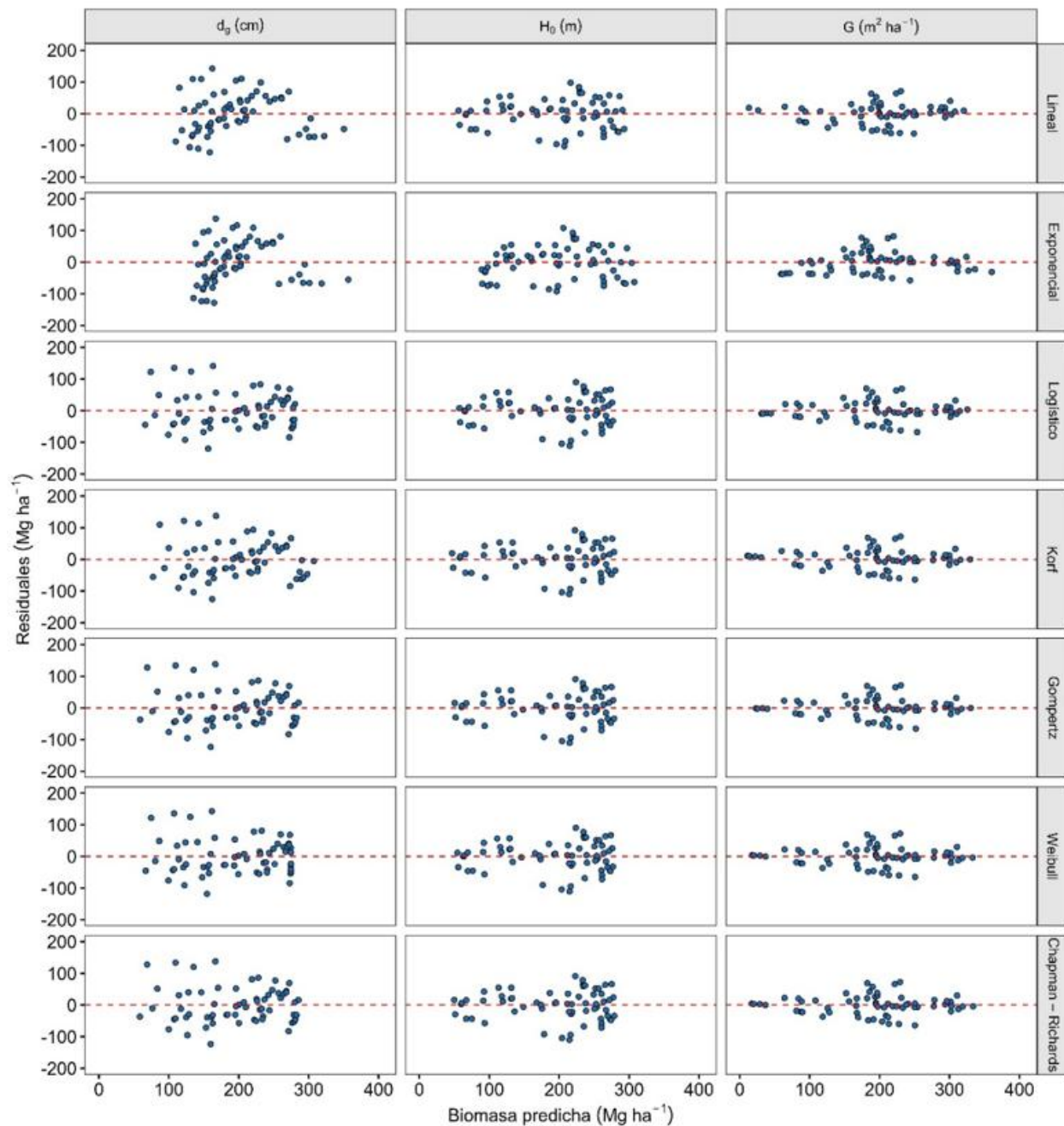


Figura 4. Residuales contra valores predichos de biomasa total ($Mg ha^{-1}$) para las variables de rodal y modelos evaluados.

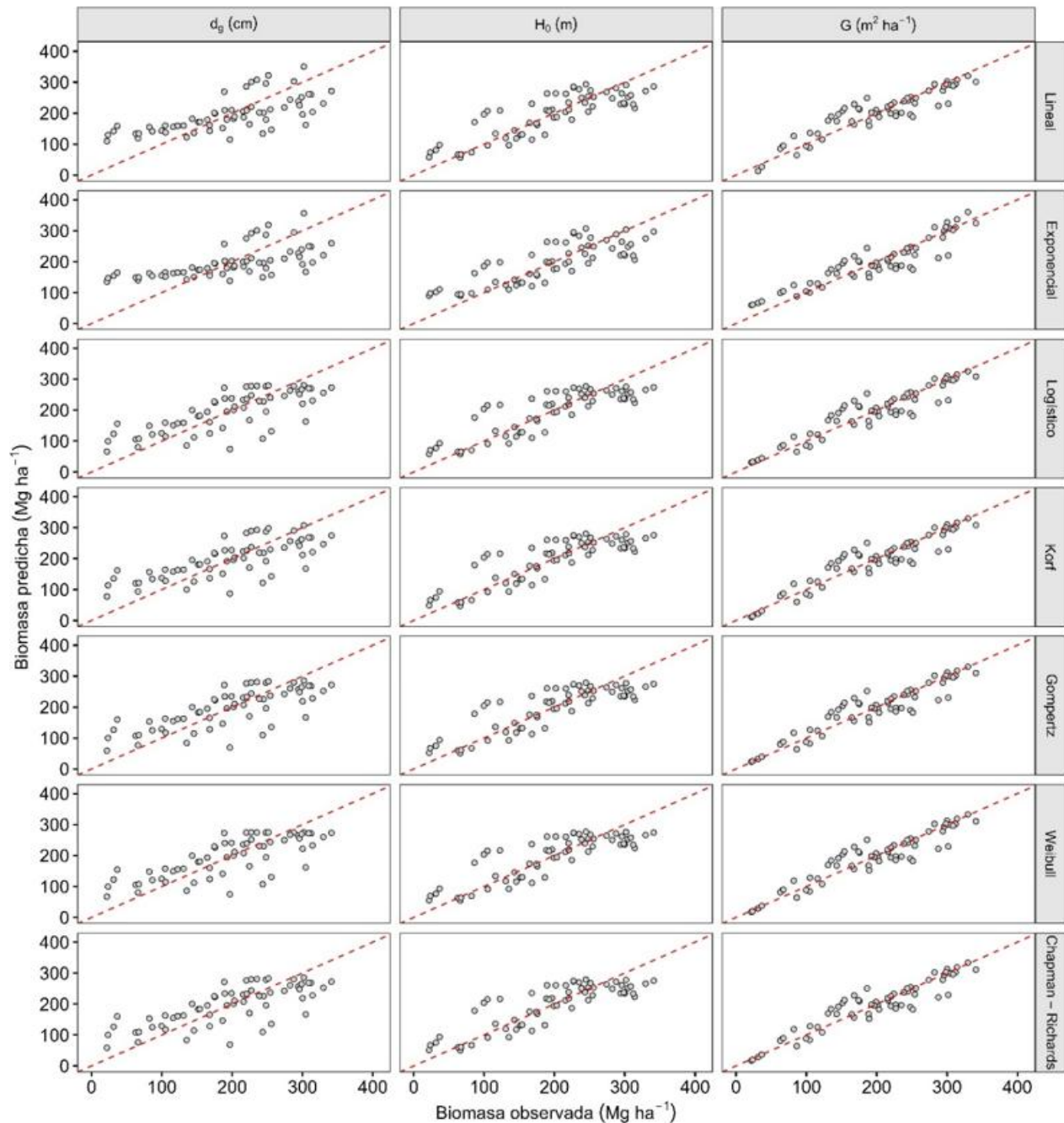


Figura 5. Valores observados contra valores predichos de biomasa total (Mg ha^{-1}) para las variables de rodal y modelos evaluados.

Ecuación dinámica de crecimiento en biomasa

Una vez seleccionado el mejor modelo (Gompertz) se derivó su ecuación dinámica en diferencias algebraicas. Sea el modelo base:

$$W_t = a \cdot e^{(-b \cdot e^{(-c \cdot G)})}$$

con W_t = biomasa y G = área basal. Al aplicar logaritmos naturales se obtiene:

$$\ln\left(\frac{W_t}{a}\right) = -b \cdot e^{(-c \cdot G)}$$

Para dos estados del mismo sitio (G_1, W_1) y (G_2, W_2), se cumple:

$$\ln\left(\frac{W_1}{a}\right) = -b \cdot e^{(-c \cdot G_1)}, \quad \ln\left(\frac{W_2}{a}\right) = -b \cdot e^{(-c \cdot G_2)}$$

Al dividir la segunda ecuación entre la primera, el parámetro b se elimina porque afecta a ambos lados de la ecuación de la misma manera:

$$\frac{\ln\left(\frac{W_2}{a}\right)}{\ln\left(\frac{W_1}{a}\right)} = \frac{[-b \cdot e^{(-c \cdot G_2)}]}{[-b \cdot e^{(-c \cdot G_1)}]} = e^{(-c \cdot (G_2 - G_1))}$$

Reordenando y calculando el exponencial se obtiene la forma ADA:

$$\ln\left(\frac{W_2}{a}\right) = \ln\left(\frac{W_1}{a}\right) \cdot e^{[-c \cdot (G_2 - G_1)]}$$

$$W_2 = a \cdot e^{\left[\ln\left(\frac{W_1}{a}\right) \cdot e^{(-c \cdot (G_2 - G_1))}\right]}$$

Esta ecuación permite proyectar la biomasa en un tiempo o para un área basal futura (G_2) a partir de un valor inicial (G_1, W_1). Para representar la variabilidad de la biomasa en los rodales del área de estudio se consideraron los valores extremos observados de biomasa para el área basal más frecuente (moda) ($G = 25 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$), esto es, $W_{i \text{ min}} = 145 \text{ Mg ha}^{-1}$ y $W_{i \text{ max}} = 250 \text{ Mg ha}^{-1}$. Ambas se proyectaron con la misma asíntota a y el mismo parámetro c , modificando únicamente el punto de referencia (G_1, W_1). Sustituyendo los parámetros de Gompertz (Tabla 3) en la ecuación ADA se generaron las curvas de crecimiento inferior y superior:

Curva inferior ($W_i = 145$):

$$W_t = 626.675 \cdot e^{\left[\ln\left(\frac{145}{626.675}\right) \cdot e^{(-0.053 \cdot (G - 25))}\right]}$$

Curva superior ($W_i = 252$):

$$W_t = 626.675 \cdot e^{\left[\ln\left(\frac{250}{626.675}\right) \cdot e^{(-0.053 \cdot (G - 25))}\right]}$$

La Figura 6 muestra la familia de curvas de crecimiento de la biomasa generada con el modelo de Gompertz en su forma ADA. La curva azul representa el modelo base ajustado con los datos observados y describe un incremento progresivo de la biomasa conforme G aumenta, con una pendiente que se reduce suavemente en valores altos. Las curvas verde y roja delimitan el rango observado de variación en la acumulación de biomasa bajo distintos niveles de productividad a un valor de referencia de $25 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$. La curva verde representa el escenario de crecimiento mínimo (145 Mg ha^{-1}), caracterizado por incrementos más lentos de biomasa. En cambio, la curva roja, que representa el escenario de crecimiento máximo (250 Mg ha^{-1} a $G = 25 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$), muestra que la acumulación de biomasa alcanza valores mucho mayores para un mismo nivel de área basal.

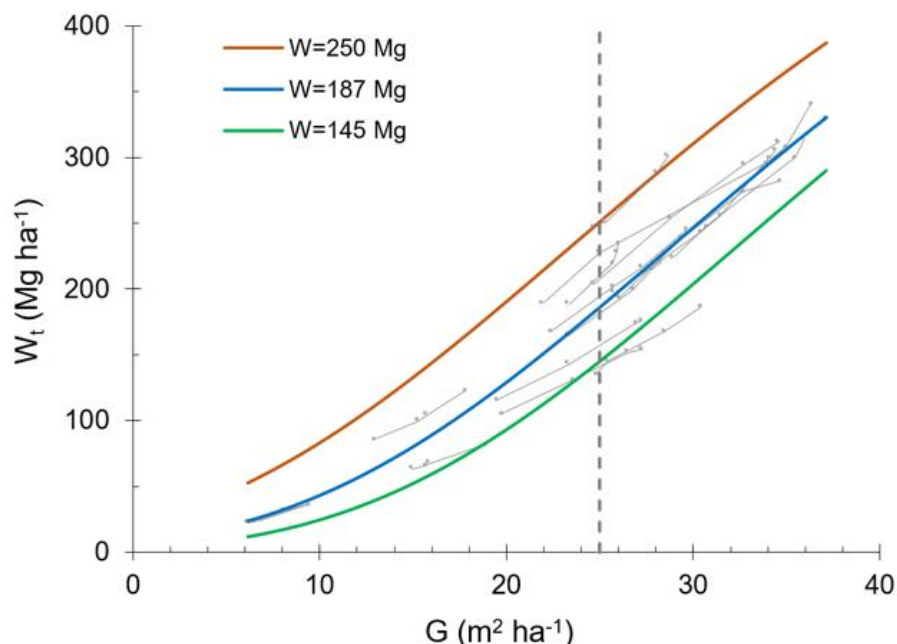


Figura 6. Curvas de crecimiento en biomasa (Mg ha^{-1}) en función del área basal ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$), a un área basal de referencia $G = 25 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$.

La ecuación dinámica generada permite proyectar la biomasa del rodal desde cualquier valor inicial de área basal. Además, es invariante al estado base, es decir, proyectar en múltiples pasos o en uno solo produce el mismo resultado final, siempre que el incremento en área basal sea el mismo. Por ejemplo, al proyectar hacia adelante desde $G_1 = 10 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$, primero hacia $G_2 = 16 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$ y posteriormente hacia $G_3 = 30 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$, se obtiene:

$$W_1 \text{ (modelo base) en } G_1 = 43.147 \text{ Mg ha}^{-1}$$

$$W_2 (G_1 \rightarrow G_2) = 89.435 \text{ Mg ha}^{-1}$$

$$W_3 (G_2 \rightarrow G_3) = 247.988 \text{ Mg ha}^{-1}$$

Si la proyección se realiza directamente desde $G_1 = 10$ hasta $G_3 = 30 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$ en un solo paso, el resultado es exactamente el mismo $W_3 (G_1 \rightarrow G_3 = 247.988 \text{ Mg ha}^{-1})$, lo cual confirma la propiedad de invariancia. De manera análoga, la ecuación permite realizar proyecciones hacia atrás. Por ejemplo, partiendo de un rodal con $G_1 = 40 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$, cuya biomasa inicial estimada por el modelo base es $W_1 = 363.131 \text{ Mg ha}^{-1}$, es posible retroceder a un estado previo, por ejemplo, a $G_2 = 12 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$, obteniéndose una biomasa proyectada de $W_2 = 56.472 \text{ Mg ha}^{-1}$.

Almacenes de carbono

En la Tabla 5 se presentan los almacenes de biomasa, carbono y CO_2e , estimados con el modelo de Gompertz. El almacén mínimo, que corresponde a un rodal con $G = 5 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$, fue de 19.0 Mg ha^{-1} de biomasa, equivalente a 9.3 Mg ha^{-1} de carbono y 34.0 Mg ha^{-1} de CO_2e . En contraste, el almacén máximo, observado con $G = 45 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$, alcanzó 199.3 Mg ha^{-1} de carbono y 731.5 Mg ha^{-1} de CO_2e . Para el valor del área basal modal ($G = 25 \text{ m}^2 \text{ha}^{-1}$), que representa la condición estructural más

frecuente, el modelo estimó 186.0 Mg ha⁻¹ de biomasa, equivalentes a 90.4 Mg ha⁻¹ de carbono y 331.8 Mg ha⁻¹ de CO_{2e}.

Tabla 5. Tabla de biomasa, carbono y CO_{2e} generada a partir del área basal y el modelo de Gompertz.

G (m ² ha ⁻¹)	W _t (Mg ha ⁻¹)	C _t (Mg ha ⁻¹)	CO _{2e} (Mg ha ⁻¹)
5	19.2	9.3	34.1
10	43.1	21.0	76.9
15	80.4	39.1	143.3
20	129.7	63.0	231.2
25	187.2	91.0	333.6
30	248.0	120.5	441.9
35	307.7	149.6	548.3
40	363.1	176.5	647.1
45	412.3	200.4	734.7
50	454.5	220.9	809.9

DISCUSIÓN

El análisis comparativo entre funciones de crecimiento mostró que el área basal es la variable que mejor describe la variación de la biomasa aérea a nivel de rodal en los bosques del ejido La Ciudad. Este hallazgo coincide con estudios donde el área basal se reconoce como un buen indicador de la ocupación del sitio, la competencia y la estructura de la masa forestal, además de ser una de las variables que se miden con mayor precisión en campo (Acosta-Mireles *et al.* 2009, Castedo-Dorado *et al.* 2012, Lang *et al.* 2016).

De los modelos probados, el de Gompertz representó de forma más coherente la trayectoria de los datos, con una fase inicial lenta, una aceleración progresiva y una aproximación gradual a la asíntota, sin presentar inflexiones o aplanamientos prematuros. Esta característica contrasta con las otras funciones, como la logística o la de Korf, que pueden mostrar puntos de inflexión poco realistas o una convergencia demasiado rápida al valor máximo cuando se aplican a procesos como la acumulación de la biomasa (Zeide 1993, Cieszewski y Strub 2008). La flexibilidad del modelo de Gompertz ha sido considerada apropiada para modelar la dinámica de rodales con distintos niveles de productividad y de competencia (Gómez-García *et al.* 2014, Zeng *et al.* 2017), lo cual coincide con los patrones observados en este estudio.

El análisis de los residuales mostró que el modelo de Gompertz que incluye el área basal presentó la menor dispersión y el menor sesgo relativo, con residuales distribuidos de manera homogénea en todo el rango de valores de biomasa. La relación entre valores observados y predichos confirmó esta estabilidad, ya que la nube de puntos se concentró alrededor de la línea 1:1 en mayor medida que en los demás modelos. Este comportamiento indica que el modelo es capaz de capturar adecuadamente rodales con poca biomasa y rodales con altos almacenes de carbono, algo que no se observó con el mismo nivel de consistencia en los modelos basados en diámetro cuadrático medio o altura dominante, donde aparecieron patrones claros en la dispersión de los residuales,

evidenciando una representación más débil de proceso de acumulación de biomasa (Chávez-Pascual *et al.* 2017, Martínez-Domínguez *et al.* 2020).

La forma dinámica del modelo (ADA) constituye una contribución importante del trabajo, pues elimina la dependencia de la edad del rodal, difícil de determinar en bosques manejados o con estructuras multicohortales, y permite realizar proyecciones invariantes al estado base (Nava-Miranda *et al.* 2025). Asimismo, el uso del área basal como variable independiente facilita su utilización en la simulación de escenarios silvícolas, la evaluación de alternativas de manejo y la proyección de la respuesta del carbono ante cambios en densidad o intensidad de corta.

Las curvas generadas muestran un rango amplio de acumulación de biomasa para un mismo nivel de área basal, lo que refleja la variabilidad estructural presente en los bosques del área de estudio. Para el valor modal del área basal ($G = 25 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$), los valores observados oscilaron entre 145 y 250 Mg ha^{-1} , con un valor promedio estimado por el modelo de 186.00 Mg ha^{-1} , lo que coincide con estimaciones reportadas para bosques templados bajo manejo. En Durango, Graciano-Ávila *et al.* (2019) encontraron valores promedio de 130.3 Mg ha^{-1} de biomasa y máximos cercanos a 200 Mg ha^{-1} , mientras que Nívar (2009) reportó existencias similares para bosques templados del noroeste de México. Asimismo, Vargas-Larreta *et al.* (2017b) estimaron valores promedio de biomasa aérea de 129.8 Mg ha^{-1} y carbono de 63.8 Mg ha^{-1} en rodales templados de la misma región. En bosques de *Abies religiosa*, Avendaño-Hernández *et al.* (2009) documentaron existencias cercanas a 300 Mg ha^{-1} , y Hernández-Moreno *et al.* (2020) reportaron valores de 288 a 323 Mg ha^{-1} en rodales con y sin manejo en la Reserva de la Biosfera Mariposa Monarca, en Michoacán. Estos estudios confirman que los valores más altos obtenidos en este estudio se encuentran dentro del rango observado para rodales altamente productivos.

La comparación de los estadísticos de ajuste también refuerza la robustez del modelo seleccionado (Gompertz). El $R^2 = 0.874$ y el error relativo de 15% obtenidos en este estudio son comparables a los de modelos de biomasa a nivel de rodal desarrollados en otras regiones. Graciano-Ávila *et al.* (2019) reportan ajustes superiores a 0.92 en modelos que relacionan el área basal y el carbono, mientras que modelos alométricos a nivel de árbol individual presentan R^2 altos (frecuentemente > 0.90) pero con errores relativos entre 15 y 30% dependiendo del rango de diámetros y el componente arbóreo analizado (Díaz-Franco *et al.* 2007, Yepes *et al.* 2016, Guzmán-Santiago *et al.* 2024). Es importante resaltar que estos modelos individuales suelen acumular incertidumbre al convertir la biomasa a nivel de árbol individual a escala de rodal mediante factores de expansión o ecuaciones que relacionan la biomasa con el volumen, mientras que el modelo dinámico propuesto en este estudio estima directamente la biomasa total del rodal, reduciendo la propagación de errores y permitiendo una interpretación más realista de la dinámica estructural de los rodales (Ferrere *et al.* 2014).

Los resultados demuestran que el uso del área basal como variable de estado, combinado con una función de crecimiento en diferencias algebraicas, proporciona una representación flexible y biológicamente consistente de la biomasa de los rodales. El modelo seleccionado se ajusta adecuadamente en todo el rango observado, reproduce la trayectoria esperada de la biomasa en función de la estructura diamétrica y produce estimaciones dentro del rango documentado para bosques templados de México. Por su capacidad para integrar estructura diamétrica, crecimiento, biomasa y carbono en un mismo marco, el modelo constituye una herramienta valiosa para la

planificación forestal, la evaluación de escenarios silvícolas y el diseño de estrategias de mitigación basadas en la naturaleza.

CONCLUSIONES

El área basal resultó ser una variable adecuada para describir la biomasa aérea a nivel de rodal en los bosques del ejido La Ciudad. El modelo dinámico derivado de la función de Gompertz genera estimaciones consistentes en todo el rango de datos observado, y reproduce adecuadamente la trayectoria esperada de la biomasa. Además, permite estimar los almacenes de carbono sin incurrir en la propagación de errores asociados al uso de factores de expansión o de ecuaciones volumétricas intermedias. La formulación en diferencias algebraicas elimina la necesidad de conocer la edad del rodal y produce proyecciones independientes del estado base, lo que amplía su utilidad en escenarios donde las prácticas de manejo pueden modificar rápidamente la estructura del rodal. La capacidad del modelo para representar la evolución de la biomasa bajo distintos niveles de área basal también facilita el análisis de situaciones futuras, permitiendo anticipar los efectos de diferentes intensidades de corta sobre los almacenes de carbono y la productividad del rodal.

AGRADECIMIENTOS

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) por la beca otorgada al primer autor para la realización de sus estudios de doctorado, así como a las autoridades del ejido La Ciudad, por las facilidades brindadas para la realización del estudio.

CONFLICTO DE INTERÉS

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses asociados al trabajo desarrollado en este artículo.

LITERATURA CITADA

- Acosta-Mireles M, Carrillo-Anzures F, Gómez-Villegas RG (2011) Estimación de biomasa y carbono en dos especies de bosque mesófilo de montaña. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas* 2(4): 529-543.
- Ambrosio-Lazo A, Rodríguez-Ortiz G, Santiago-García W, Ruiz Luna J, Velasco-Velasco VA, Enríquez-del Valle JR (2024) Biomasa aérea y carbono en el suelo en rodales de pino-encino bajo tratamientos silvícolas. *Madera y Bosques* 30(2): <https://doi.org/10.21829/myb.2024.3022564>
- Avendaño-Hernández DM, Acosta-Mireles M, Carrillo-Anzures F, Etchevers-Barra JD (2009) Estimación de biomasa y carbono en un bosque de *Abies religiosa*. *Revista Fitotecnia Mexicana* 32(3): 233-238.
- Bailey RL, Clutter JL (1974) Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science* 20(2): 155-159. <https://doi.org/10.1093/forestscience/20.2.155>
- Bayen P, Bognounou F, Lykke AM, Ouédraogo M, Thiombiano A (2016) The use of biomass production and allometric models to estimate carbon sequestration of *Jatropha curcas* L. plantations in western Burkina

- Faso. *Environment, Development and Sustainability* 18(1): 143-156. <https://doi.org/10.1007/s10668-015-9631-4>
- Burkhardt HE, Tomé M (2012) *Modeling forest trees and stands*. Springer Dordrecht. Netherlands. 458p. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9>
- Carrillo AF, Acosta MM, Jiménez CCDR, González ML, Etchevers BJD (2016) Ecuaciones alométricas para estimar la biomasa y el carbono de la parte aérea de *Pinus hartwegii* en el Parque Nacional Ixta-Popo, México. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas* 7(3): 681-691.
- Castedo-Dorado F, Gómez-García E, Diéguez-Aranda U, Barrio-Anta M, Crecente-Campo F (2012) Aboveground stand-level biomass estimation: a comparison of two methods for major forest species in northwest Spain. *Annals of Forest Science* 69(6): 735-746. <https://doi.org/10.1007/s13595-012-0191-6>
- Chávez-Pascual EY, Rodríguez-Ortiz G, Enríquez-del Valle JR, Velasco-Velasco VA, Gómez-Cárdenas M (2017) Compartimentos de biomasa aérea en rodales de *Pinus oaxacana* bajo tratamientos silvícolas. *Madera y Bosques* 23(3): 147-161. <https://doi.org/10.21829/myb.2017.2331627>
- Cieszewski CJ, Bailey RL (2000) Generalized algebraic difference approach: Theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science* 46(1): 116-126. <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.1.116>
- Cieszewski CJ, Strub M (2008) Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. *Forest Science* 54(3): 303-315. <https://doi.org/10.1093/forestscience/54.3.303>
- Clark J, Murphy G (2011) Estimating forest biomass components with hemispherical photography for Douglas-fir stands in northwest Oregon. *Canadian Journal of Forest Research* 41(5): 1060-1074. <https://doi.org/10.1139/x11-013>
- Corral-Rivas JJ, Vargas-Larreta B, Wehenkel C, Aguirre-Calderón O, Álvarez-González JG, Rojo A (2009) Guía para el establecimiento de sitios de investigación forestal y de suelos en bosques del estado de Durango. Editorial UJED. Durango, Durango. México. 81p.
- Cruz-Cobos F, Mendía-Santana R, Jiménez-Flores J, Nájera-Luna JA, Cruz-García F (2016) Ecuaciones de volumen para *Arbutus spp.* (madroño) en la región de Pueblo Nuevo, Durango. *Investigación y Ciencia* 24(68): 41-47. <https://doi.org/10.33064/iycuaa2016681954>
- Díaz-Franco R, Acosta-Mireles M, Carrillo-Anzures F, Buendía-Rodríguez E, Flores-Ayala E, Etchevers-Barra JD (2007) Determinación de ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbono en *Pinus patula* Schl. et Cham. *Madera y Bosques* 13(1): 25-34. <https://doi.org/10.21829/myb.2007.1311233>
- Elzhov TV, Mullen KM, Spiess AN, Bolker B (2016) Package 'minpack.lm'. Title R Interface Levenberg-Marquardt Nonlinear Least-Sq. Algorithm Found MINPACK Plus Support Bounds. <https://cran.r-project.org/web/packages/minpack.lm/minpack.lm.pdf>. Fecha de consulta: 25 de agosto 2025.
- Fonseca W, Murillo R, Ávila C, Rojas M, Spínola M (2021) Modelos de biomasa y carbono para árboles de *Gmelina arborea* en plantaciones clonales. *Revista de Ciencias Ambientales* 55(1): 143-159. <http://dx.doi.org/10.15359/rca.55-1.7>
- Ferrere P, Lupi AM, Boca RT (2014) Estimación de la biomasa aérea en árboles y rodales de *Eucalyptus viminalis* Labill. *Quebracho Revista de Ciencias Forestales* 22(2): 100-113.
- Gómez-García E, Crecente-Campo F, Tobin B, Hawkins M, Nieuwenhuis M, Dieguez-Aranda U (2014) A dynamic volume and biomass growth model system for even-aged downy birch stands in south-western Europe. *Forestry* 87(1): 165-176. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpt045>
- Graciano-Ávila G, Alanís-Rodríguez E, Aguirre-Calderón OA, González-Tagle MA, Treviño-Garza EJ, Mora-Olivo A, Buendía-Rodríguez E (2019) Estimación de volumen, biomasa y contenido de carbono en un bosque de clima templado-frío de Durango, México. *Revista Fitotecnia Mexicana* 42(2): 119-127.

- Guzmán-Santiago JC, Santos-Posadas HMDL, Vargas-Larreta B, Gómez-Cárdenas M, Marroquín-Morales P (2024) Estimación de biomasa y carbono aéreo en bosques templados del sur de México. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 11(2). <https://doi.org/10.19136/era.a11n2.3934>
- Hernández-Moreno JA, Velázquez-Martínez A, Fierros-González AM, Gómez-Guerrero A, Reyes-Hernández VJ, Vera-Castillo JAG (2020) Estimación de biomasa aérea y carbono, en rodales con y sin manejo forestal en la Reserva de la Biosfera Mariposa Monarca. *Madera y Bosques* 26(1). <https://doi.org/10.21829/myb.2020.2611802>
- INEGI (2023) Instituto Nacional de Estadística y Geografía. División política estatal 1:250000. 2023. <http://geoportal.conabio.gob.mx/metadatos/doc/html/dest23gw.html>. Fecha de consulta: 04 de febrero de 2026.
- Kiviste A, Álvarez-González A, Rojo-Alboreca A, Ruiz-González AD (2002) Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Monografías INIA. Forestal nº 4. Madrid, España. 190p.
- Lang M, Lilleleht A, Neumann M, Bronisz K, Rolim SG, Seedre M, Kiviste A (2016) Estimation of above-ground biomass in forest stands from regression on their basal area and height. *Forestry Studies* 64(1): 70. <https://doi.org/10.1515/fsmu-2016-0005>
- Martínez-Domínguez A, Ruiz-Aquino F, Santiago-García W, Antúnez P, López-López MA, Valenzuela-Encinas C, Feria-Reyes R (2020) Allometric equations to estimate aboveground and belowground biomass of *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. *Forest Science and Technology* 16(3): 161-170. <https://doi.org/10.1080/21580103.2020.1801526>
- Montes-de-Oca-Cano E, Rojas-Ascensión M, García-Ramírez P, Nájera-Luna JA, Méndez-González J, Graciano-Luna JDJ (2012) Estimación de carbono almacenado en la regeneración natural de *Pinus durangensis* Martínez en El Salto, Durango. *Colombia Forestal* 15(2): 151-159.
- Nava-Miranda MG, Álvarez-González JG, Corral-Rivas JJ, Vega-Nieva DJ, Briseño-Reyes J, Aguirre-Gutiérrez J, von Gadow K (2025) A whole-stand model for estimating the productivity of uneven-aged temperate pine-oak forests in Mexico. *Sustainability* 17(8). <https://doi.org/10.3390/su17083393>
- Návar J (2009) Allometric equations for tree species and carbon stocks for forests of northwestern Mexico. *Forest Ecology and Management* 257(2): 427-434. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2008.09.028>
- Nyamukuru A, Whitney C, Tabuti JR, Esaete J, Low M (2023) Allometric models for aboveground biomass estimation of small trees and shrubs in African savanna ecosystems. *Trees, Forests and People* 11: 100377. <https://doi.org/10.1016/j.tfp.2023.100377>
- RAN (2025) Registro Agrario Nacional. Perimetrales de los núcleos agrarios certificados - Formato SHAPE. <http://datos.ran.gob.mx/conjuntoDatosPublico.php>. Fecha de consulta: 04 de febrero de 2026.
- R Core Team (2025) R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>. Fecha de consulta: 1 de noviembre de 2025.
- Rueda-Sánchez A, Gallegos-Rodríguez A, González-Eguarte D, Ruiz-Corral JA, Benavides-Solorio JDD, López-Alcocer E, Acosta-Mireles M (2014) Estimación de biomasa aérea en plantaciones de *Cedrela odorata* L. y *Swietenia macrophylla* King. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5(25): 8-17.
- Seo Y, Lee D, Choi J (2023) Developing and comparing individual tree growth models of major coniferous species in South Korea based on stem analysis data. *Forests* 14(1): 115. <https://doi.org/10.3390/f14010115>
- Torres-Rojo JM (2001) Curvas de índice de sitio de forma y escala variables en investigación forestal. *Agrociencia* 35(1): 87-98.
- Vargas-Larreta B, Corral-Rivas JJ, Aguirre-Calderón OA, López-Martínez JO, Santos-Posadas HM, Zamudio-Sánchez FJ, Aguirre-Calderón CG (2017a) SiBiFor: Sistema Biométrico Forestal para el manejo de los bosques de México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 23(3): 437-455. <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2017.06.040>

- Vargas-Larreta B, López-Sánchez CA, Corral-Rivas JJ, López-Martínez JO, Aguirre-Calderón CG, Álvarez-González JG (2017b) Allometric equations for estimating biomass and carbon stocks in the temperate forests of North-Western Mexico. *Forests* 8(8): 269. <https://doi.org/10.3390/f8080269>
- Yepes A, Zapata M, Bolivar J, Monsalve A, Espinosa SM, Sierra-Correa PC, Sierra A (2016) Ecuaciones alométricas de biomasa aérea para la estimación de los contenidos de carbono en manglares del Caribe Colombiano. *Revista de Biología Tropical* 64(2): 913-926.
- Zeide B (1993) Analysis of Growth Equations. *Forest Science* 39(3): 594-616. <https://doi.org/10.1093/forestscience/39.3.594>
- Zeng W, Duo H, Lei X, Chen X, Wang X, Pu Y, Zou W (2017) Individual tree biomass equations and growth models sensitive to climate variables for *Larix spp.* in China. *European Journal of Forest Research* 136(2): 233-249. <https://doi.org/10.1007/s10342-017-1024-9>